

Estudio de la Influencia del ángulo de rotación en el incremento de espacio en disco de una imagen empleando un modelo de regresión simple.

Notas del profesor: aparecen en rojo (como estas líneas); también a veces dentro de cuadros bien visibles.

Se han subrayado en **amarillo** algunos comentarios de los autores destacables por su brillantez

También se han destacado en **verde** otros comentarios, pero por la causa contraria: precisamente por ser erróneos, para llamar la atención sobre ellos

José Manuel Alonso Zapata –e6814349@est.fib.upc.es
Roger Solé Navarro –e6818649@est.fib.upc.es

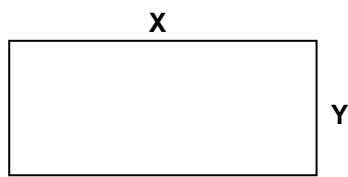
Grup 12

Resumen

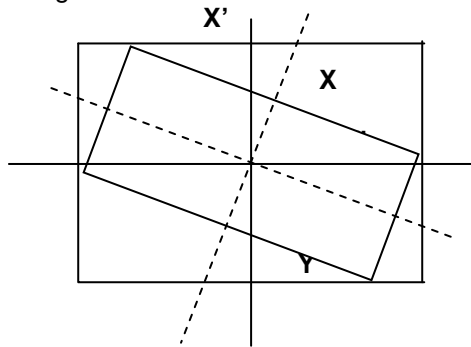
El documento empieza explicando el problema que se desea estudiar y justifica el requerimiento de la estadística para su solución. A continuación se fijan los objetivos: lo que se pretende responder una vez finalizado el estudio. Posteriormente se hace una descripción de los datos que intervienen en el estudio y cómo se han recogido. En la parte principal del documento se realiza el estudio univariante y se plantea el modelo de la regresión, llegan las primeras conclusiones. Para finalizar se justifica la validez del modelo y se hace un resumen de las conclusiones a las que se ha llegado así como la discusión de los puntos débiles del modelo. Finalmente se incluye un anexo con los datos recogidos.

Justificación y motivación

Dada una imagen guardada en disco en formato **.jpg** uno se puede preguntar en cuanto se incrementa su tamaño en disco si la rotamos un ángulo α . Dada una imagen en disco de dimensiones $X \times Y$:



Si la rotamos un ángulo α las nuevas dimensiones son X' e Y' :



$X' \times Y'$ se define de manera determinista cómo:

$$X' \times Y' = (\sin \alpha \cdot X + \cos \alpha \cdot Y) \cdot (\sin \alpha \cdot Y + \cos \alpha \cdot X)$$

La dimensiones de la imagen han crecido de manera determinista, pero el tamaño en bytes real de la imagen almacenada en disco pensamos que no se puede saber de manera determinista a partir de un tamaño inicial y un ángulo de rotación y, como consecuencia es digna de ser estudiada estadísticamente.

Objetivos

Sea T_1 el tamaño inicial de la imagen en disco almacenada con grado de calidad c y $T_{F,\alpha}$ el tamaño de la misma imagen en disco después de ser rotada α grados y almacena con grado de calidad c . Consideramos como variable de respuesta $Y = 1 - T_1 / T_{F,\alpha}$. Queremos ver qué relación existe entre la variable de entrada α y la variable de respuesta Y . El grado de calidad c ha quedado fijado a 75.

Estudiaremos la tasa de incremento de la imagen en función del ángulo rotado. Nos interesara saber:



- ¿existe relación entre estas dos variables? ¿la recta de regresión es significativa?
- ¿Qué parte de la tasa de incremento es explicada por el ángulo de rotación?
- ¿la relación es positiva o negativa? ¿A mayor (menor) **ángulo de rotación** mayor (menor) tasa de incremento del tamaño de la imagen en disco o viceversa?
- ¿Entre qué valores se encuentra la pendiente de la recta con una confianza del 95%?
- Realizaremos algunas predicciones. Y veremos que utilidad pueden tener estas.

Material y Métodos

En esta sección nos haremos una idea de los datos recogidos, mediante una rápida descriptiva de las variables. Los datos recogidos se organizan en cinco columnas de la forma siguiente:

NOMBRE: Es el nombre del fichero que contiene la imagen.

GRADOS: Grados que se rota la imagen. Este valor es un real comprendido entre 0 i 45. Es una variable cuantitativa.

TASAINC: Es la variable de respuesta del estudio. Y representa el tanto por ciento de incremento de la imagen rotada en disco. Esta variable puede tomar valores reales positivos y negativos. Un valor negativo corresponde a un decremento del tamaño en disco de la imagen después de la rotación. Es una variable de respuesta cuantitativa.

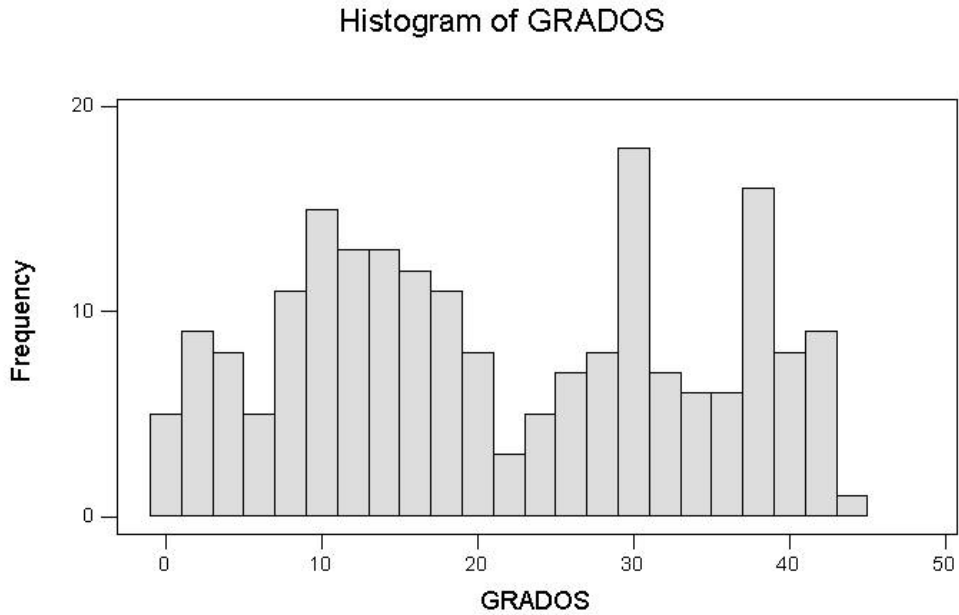
Existen dos datos¹ más que se han incluido a **título informativo** y que son necesarios para obtener la tasa de incremento final, pero son totalmente irrelevantes para nuestro estudio. Estos son el tamaño inicial y final de la imagen en disco (TAM. INICIAL y TAM.FINAL respectivamente).

Cada imagen de la base de datos de estadística II se le ha asociado de manera aleatoria un ángulo entre 0º y 45º. A continuación se a pasado a obtener la tasa de incremento de la imagen.

¹ Los datos sobre los que se ha realizado el estudio pueden verse en el Anexo I.

Descripción de la variable predictora 'GRADOS'

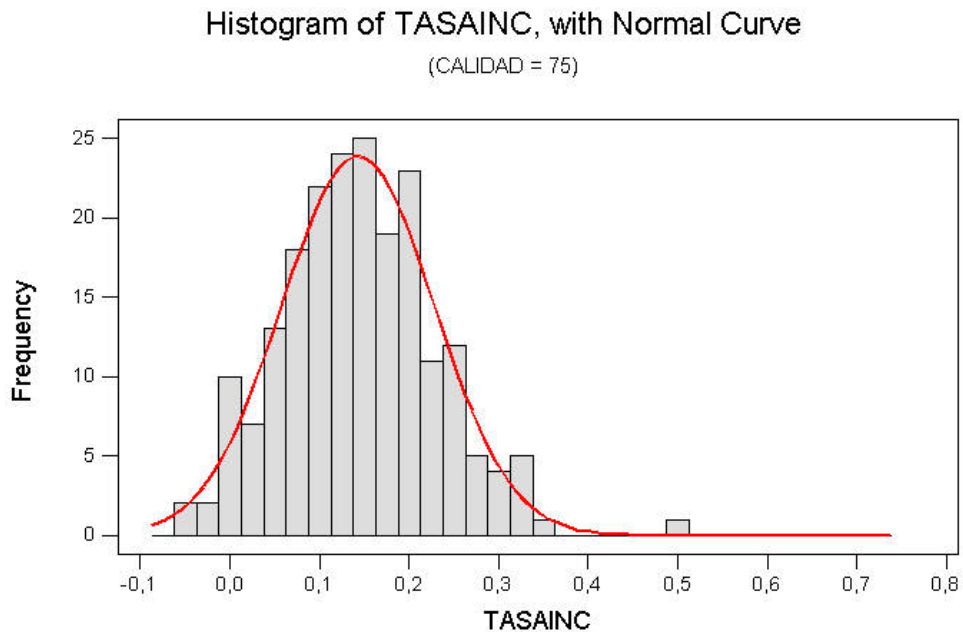
| Variable | N | Mean | Median | TrMean | StDev |
|----------|---------|---------|---------|--------|--------|
| GRADOS | 204 | 21,192 | 18,908 | 21,161 | 12,613 |
| | SE Mean | Minimum | Maximum | Q1 | Q3 |
| | 0,883 | 0,064 | 43,184 | 10,289 | 31,951 |



Los grados se distribuyen uniformemente, han sido obtenidos aleatoriamente.

Descripción de la variable de respuesta 'TASAINC'

| Variable | N | Mean | Median | TrMean | StDev |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------|
| TASAINC | 204 | 0,14357 | 0,14100 | 0,14163 | 0,08528 |
| | SE Mean | Minimum | Maximum | Q1 | Q3 |
| | 0,00597 | -0,04500 | 0,49571 | 0,08352 | 0,19588 |



Observamos la distribución claramente normal de la variable TASAINC. Observamos que por lo general la tasa de incremento es positiva y que, por lo tanto, las imágenes suelen aumentar su espacio en disco después de ser rotadas, esto era de prever. Pero nos ha sorprendido que existan fotografías que ocupen un poco menos de espacio en disco después de ser rotadas.

¿Es corriente que la tasa de incremento sea negativa?

(Atención: esta pregunta es interesante, pero la respuesta es errónea)

Intervalo de confianza del 95% de la auténtica media de la variable TASAINC

Estadístico: $\hat{z} = (\bar{x} - \mu) / (\sqrt{S^2/n})$

Distribución: $\hat{z} \rightarrow N(0,1)$

Premisas: $n > 100$, nuestra muestra es de tamaño 204

Calculo:
 $\mu \in (\bar{x} \pm z_{0,975} \sqrt{S^2/n})$
 $\mu \in (0,14357 \pm 1,96 \sqrt{0,08528^2/204})$
 $\mu \in (0,13187, 0,15527)$

(La lectura correcta sería: el incremento **promedio** es de un 13% a 15.5%. Nótese que el objetivo aún no se ha abordado: ¿el incremento promedio depende del ángulo de giro?)

Respecto a la pregunta anterior, teniendo en cuenta que la distribución normal es bastante aceptable, podríamos suponer que el incremento observado –con los ángulos utilizados– sigue una $N(14.357\%, 8.528\%)$. De ahí que la probabilidad de disminución de tamaño sería un 4.6% aprox.

Interpretación:

~~Con una probabilidad del 95% el espacio ocupado en disco por una imagen después de haber sido rotada será entre un 13,1% y un 15,6% mayor al espacio que ocupaba en disco antes de ser rotada.~~

~~No es muy corriente tasas de incremento negativas, de hecho, lo corriente es encontrarnos con tasas de incremento en torno al 13-16 por ciento.~~

Pero puede ser que exista algún ángulo α que favorezca tasas de incremento negativas y que la probabilidad que la tasa de incremento sea negativa condicionada a rotar la foto este ángulo α sea significativa. Si observamos en el anexo los ángulos de rotación para los valores de TASAINC negativos nos encontramos con rotaciones mínimas como 0,06 grados y también con rotaciones considerables como 39 grados, así que **puede que las tasas de incremento negativas tengan poco que ver con el ángulo rotado y sean debidas a las características propias de la imagen.** (puede que sí, y puede que no: hay que verificarlo empíricamente)

A continuación trataremos de explicar los valores de la variable TASAINC a partir del ángulo de rotación intentado ajustar una recta de regresión del estilo $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X$

AQUÍ SE ECHA DE MENOS ALGO MUY IMPORTANTE: UN PLOT DE LAS VARIABLES QUE MUESTRE LA RELACIÓN QUE LOS DATOS PONEN DE MANIFIESTO.

DESCRIPTIVA

The regression equation is
 TASAINC = 0,0714 + 0,00341 GRADOS

| Predictor | Coef | SE Coef | T | P |
|-----------|-----------|-----------|------|-------|
| Constant | 0,07140 | 0,01013 | 7,05 | 0,000 |
| GRADOS | 0,0034051 | 0,0004110 | 8,28 | 0,000 |

S = 0,07386 R-Sq = 25,4%

Analysis of Variance

| Source | DF | SS | MS | F | P |
|----------------|-----|---------|---------|-------|-------|
| Regression | 1 | 0,37444 | 0,37444 | 68,64 | 0,000 |
| Residual Error | 202 | 1,10197 | 0,00546 | | |
| Total | 203 | 1,47641 | | | |

Unusual Observations

| Obs | GRADOS | TASAINC | Fit | SE Fit | Residual | St Resid |
|-----|--------|---------|-----|--------|----------|----------|
|-----|--------|---------|-----|--------|----------|----------|

| | | | | | | |
|-----|------|----------|---------|---------|----------|--------|
| 83 | 38,9 | 0,04404 | 0,20394 | 0,00894 | -0,15990 | -2,18R |
| 102 | 27,4 | 0,31274 | 0,16468 | 0,00577 | 0,14806 | 2,01R |
| 144 | 37,9 | -0,01725 | 0,20041 | 0,00859 | -0,21765 | -2,97R |
| 146 | 26,0 | 0,31592 | 0,15985 | 0,00553 | 0,15606 | 2,12R |
| 156 | 8,1 | 0,27589 | 0,09906 | 0,00746 | 0,17683 | 2,41R |
| 198 | 39,4 | -0,04046 | 0,20568 | 0,00911 | -0,24614 | -3,36R |
| 203 | 6,7 | 0,24117 | 0,09418 | 0,00789 | 0,14699 | 2,00R |
| 204 | 35,3 | 0,49571 | 0,19145 | 0,00776 | 0,30426 | 4,14R |

Estas valoraciones que se dan (*pequeño, muy pequeño*) son subjetivas, aunque luego se aclaran, dando en primer lugar una interpretación cuantitativa y, en segundo lugar, realizando el contraste de hipótesis o el IC correspondiente.

Observamos que el coeficiente lineal² es **muy pequeño** (0,00341) esto indica que por cada grado de más que se rote la imagen ésta ocupará un 0,341 % más de espacio en disco.

Por otro lado, el coeficiente independiente (0,0714) es **también muy pequeño**. Este coeficiente viene a decir que el tanto por ciento de incremento de la imagen cuando el valor del ángulo girado es 0 (o sea que no se gira la imagen) es 7,14%. Obviamente esta interpretación no es aplicable dado que si no giramos la imagen el espacio que ocupa en disco es el mismo y la tasa de incremento es 0%. (No es verdad: es el espacio que perdemos por el hecho de coger una imagen y grabarla sin hacer nada: no tiene por qué coincidir con el espacio inicial)

Observamos que existe cierta relación entre ángulo girado y la tasa de incremento de la imagen, **¿hasta que punto esta relación es significativa? ¿podemos decir que lo es?**

Contraste:

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

Estadístico:

$$t = \hat{b}_1 / S_{b_1}$$

Distribución:

$$\text{Bajo } H_0: t_{b_1} \rightarrow t_{202}$$

Premisas:

$$TASA_{INC}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot GRADOS_i + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, 204 \quad (\text{linealidad})$$

$$\varepsilon_i \rightarrow N(0, \sigma^2) \quad (\text{normalidad y homocedasticidad})$$

$$\varepsilon_i, \varepsilon_j \text{ donde } i \neq j \text{ independientes (independencia)}$$

Estas premisas se justificarán de manera razonable más adelante.

Regla decisión:

rechazar H_0 ($\alpha = 0,05$) si $P < \alpha$

Decisión:

$$P(|t_{202}| > 8,28) < 0,05$$

El p-valor es 0.000 (muy significativo)

Se rechaza H_0 con riesgo $\alpha = 0,05$

Interpretación:

Se considera que el coeficiente lineal β_1 o pendiente de la recta de regresión no es nula con un riesgo menor a α , con lo que se considera significativa la recta de regresión y por lo tanto se **considera significativa la relación entre los grados de rotación y la tasa de incremento**. Efectivamente, parece existir una relación.

Vamos a realizar a continuación el intervalo de confianza del 95% de la pendiente de la recta:

$$\beta_1 \in (b_1 \pm t_{n-2} S_{b_1})$$

$$\beta_1 \in (0,0034051 \pm 1,96 \cdot 0,000411)$$

$$\beta_1 \in (0,0034051 \pm 1,96 \cdot 0,000411)$$

$$\beta_1 \in (0,0026, 0,0042)$$

² Se refiere a la estimación de la pendiente

Es decir, con una probabilidad del 95% la fotografía incrementara su espacio en disco en torno al 0,26-0,42 por ciento por cada grado que se gire.

La pendiente de la recta de regresión es positiva, lo cual indica que la tasa de incremento es directamente proporcional a los grados girados y que, a mayor ángulo girado mayor tasa de incremento. Aquí, la tasa de incremento se refiere a la variable respuesta, no al incremento de la Y frente a la X (o pendiente), como pudiera entenderse.

R²: ¡el indicador siempre incomprendido, o estimado por encima de sus posibilidades! Este comentario es perfecto, pero suelen cometerse muchos errores, como:

- "el R² es 25.4%, muy bajo, luego las variables no tienen relación" (la relación o su ausencia se deben determinar mediante contraste del parámetro β₁)
- "el R² es muy alto, y eso demuestra la linealidad del modelo" (la relación entre las variables puede ser no lineal, aun así)

Observamos un bajo coeficiente de determinación (25,4%) la verdad es que parece ser bastante pobre, pero no podíamos esperar más. Solo el 25,4% de la variabilidad de la tasa de incremento de tamaño de la imagen puede explicarse por el grado que se ha rotado esta. El resto de variabilidad no la podemos explicar en este estudio, pero seguramente se debe a las características propias de la fotografía, que influyen más que el ángulo girado.

Vamos ahora a aplicar la recta de regresión a un caso práctico. Nos podemos preguntar cual será la media de la tasa de incremento de las fotografías si las rotamos 15 grados, según la recta de regresión, la estimación puntual es:

$$\begin{aligned} \text{TASAINC} &= 0,0714 + 0,00341 \text{ GRADOS} \\ \text{TASAINC} &= 0,0714 + 0,00341 \cdot 15 \\ \text{TASAINC} &= 0,12255 \end{aligned}$$

Para estimar al 95% de confianza el promedio de la tasa de incremento para un valor de la variable grados igual a 15 hacemos:

$$\begin{aligned} \text{IC}(E(\text{TASAINC}), 0,95) &= 0,12255 \pm t_{202,0,975} \cdot S \sqrt{(1/n + [(15 - \text{GRADOS})^2 / \sum(\text{GRADOS}_i - \text{GRADOS})^2])} \\ &= \\ &= 0,12255 \pm 1,96 \cdot 0,07386 \sqrt{(1/204 + [(15 - 21,192)^2 / (12,613^2 \cdot 203)])} \\ &= \\ &= 0,12255 \pm 0,0113 = (0,11125, 0,13385) \end{aligned}$$

La media del incremento de espacio en disco, con una seguridad del 95%, es para giros de 15° menor a 13,4%. Para un valor individual:

$$\begin{aligned} \text{IC}(\text{TASAINC}_{15}, 0,95) &= 0,12255 \pm t_{202,0,975} \cdot S \sqrt{(1+1/n + [(15 - \text{GRADOS})^2 / \sum(\text{GRADOS}_i - \text{GRADOS})^2])} \\ &= \\ &= 0,12255 \pm 1,96 \cdot 0,07386 \sqrt{(1 + 1/204 + [(15 - 21,192)^2 / (12,613^2 \cdot 203)])} \\ &= \\ &= 0,12255 \pm 0,1452 = (-0,02265, 0,26775) \end{aligned}$$

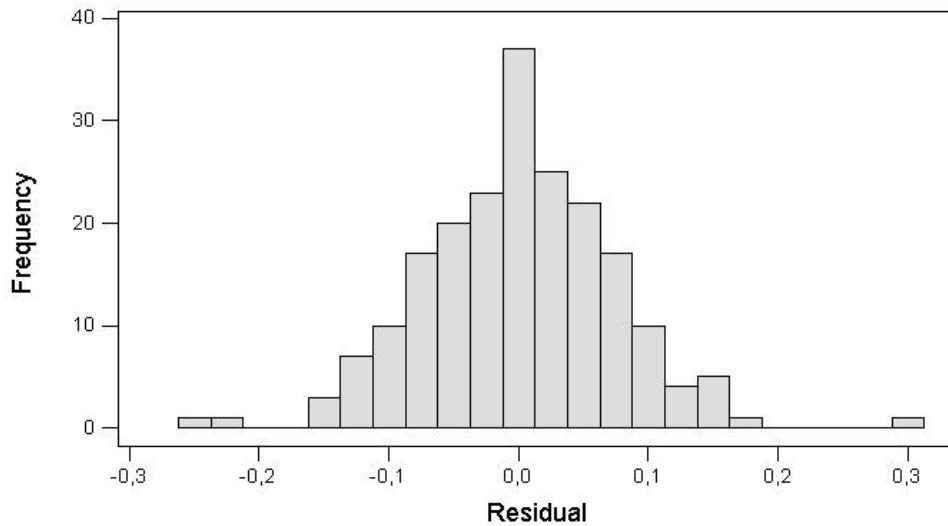
El tanto por ciento de incremento de espacio en disco de una imagen si la giramos 15 grados esta por debajo de 26,8% con una confianza del 95%. Este último intervalo es demasiado amplio. Si giramos una imagen cualquiera 15 grados lo que probablemente ocurra con su ocupación en disco es que tanto puede decrecer en un 2% como crecer en un 26%, lo cual no es decir mucho. ¡No estoy de acuerdo! Estos ejemplos ilustran perfectamente la diferencia que hay entre el incremento medio que una imagen puede tener al ser girada 15 grados (entre 11 y 13,4%, un valor poco variable) y el incremento que una imagen cualquiera ... (de -2 a 26,8%, muy variable, para contemplar la variabilidad individual)

Hemos visualizado las imágenes que producen observaciones inusuales y que podrían influir de manera significativa en la recta de regresión y hemos llegado a la conclusión que se trata de fotografías con poca variabilidad de color, donde existe un color que ocupa gran parte de la imagen. ¡¡Analice los outliers!! Puede aprender mucho de ellos.

Análisis de las premisas

Histogram of the Residuals

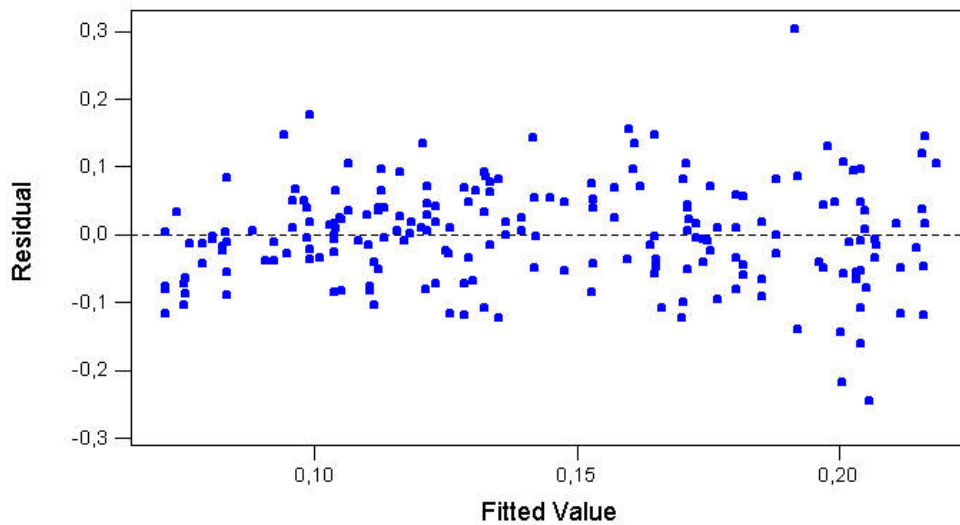
(response is TASAINC7)



Como vemos en el grafico, los residuos estandarizados parecen distribuirse normalmente alrededor de 0, esta grafica invita a pensar que se cumple la premisa de normalidad de los residuos necesaria para hacer la regresión, no obstante este gráfico podría llevarnos a engaño.

Residuals Versus the Fitted Values

(response is TASAINC7)

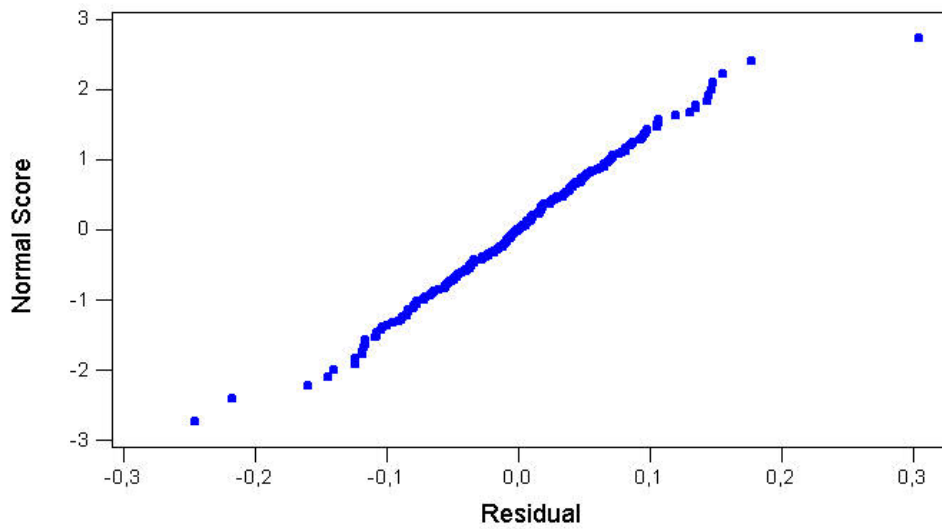


¡OJO! Sí se aprecia algo de heterocedasticidad (la nube se ensancha algo a medida que nos vamos hacia la derecha). Y es posible que el comportamiento de las variables no sea lineal exactamente: parece haber cierta concavidad en el gráfico anterior, nada raro, si tenemos en cuenta que la relación determinista emplea el seno y el coseno del ángulo.

Observamos que los residuos se distribuyen uniformemente a ambos lados y que a medida que crece la variable, no parece aumentar o disminuir la dispersión de los errores. Con lo que no se aprecia heterocedasticidad. La 'nube' no parece presentar ninguna forma extraña que indique no linealidad o dependencia. Así pues, no parece que la observación de un error pueda decirnos algo sobre el siguiente error, con lo que se acepta la independencia. Como hemos dicho, no se observa nada que nos haga creer en la no linealidad. Creemos, pues, que se cumplen las premisas necesarias para realizar una regresión.

Normal Probability Plot of the Residuals

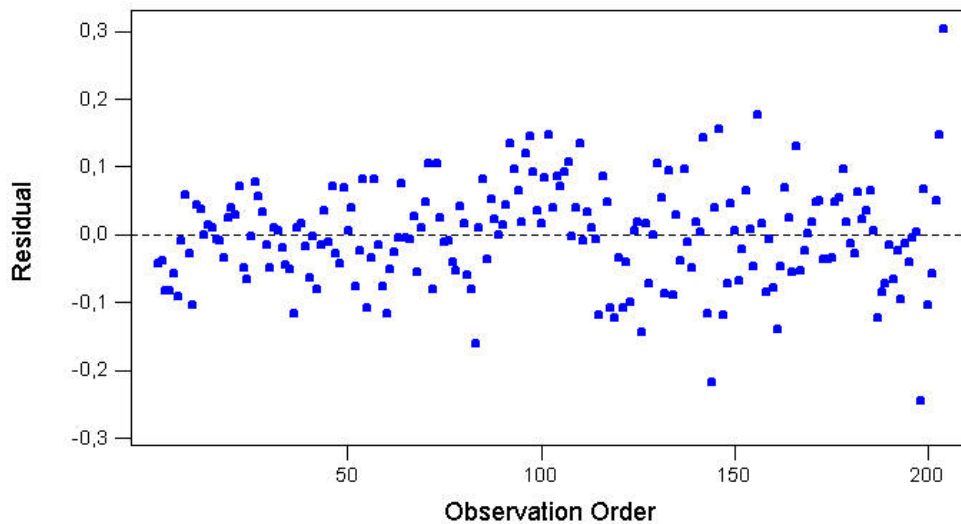
(response is TASAINC7)



Es un ejemplo claro de normalidad de los residuos. La normalidad de los residuos quedan ratificados.

Residuals Versus the Order of the Data

(response is TASAINC7)



hemos observado en el anterior grafico, que la variable que representa el orden de las observaciones hace aparecer dependencias entre los casos, si nos fijamos a medida que crece

la variable 'Orden de observación' la dispersión de los errores aumenta, esto es: las primeras fotografías de la base de datos hacen que la dispersión de los errores sean más pequeñas que las últimas fotografías. Es curioso, porque los datos de nuestro experimento no están cogidos temporalmente, el orden que hemos seguido es el orden que indica el nombre de las fotografías. No nos explicamos porque sucede semejante dependencia. Quizá las fotografías están ordenadas en la base de datos según alguna característica propia de la fotografía.

No es así, pero sí que con el tiempo (y la experiencia) nos hemos dado cuenta de que las fotos no son precisamente aleatorias, sino que hay grupos de ellas, y que el número que tienen (muy utilizado por los alumnos para acceder a ellas en secuencia) indica que el primer grupo es una serie de fotos similares, y luego hay un segundo grupo en el final de la serie, diferente del anterior.

Conclusiones

Hemos llegado a la conclusión que existe relación significativa entre la tasa de incremento de espacio en disco de una imagen y el ángulo que se gira (dentro del rango considerado 0° - 45°), además esta relación es positiva o directamente proporcional. Esto es: Cuanto más grande es el ángulo de rotación más se incrementa el espacio en disco de la imagen.

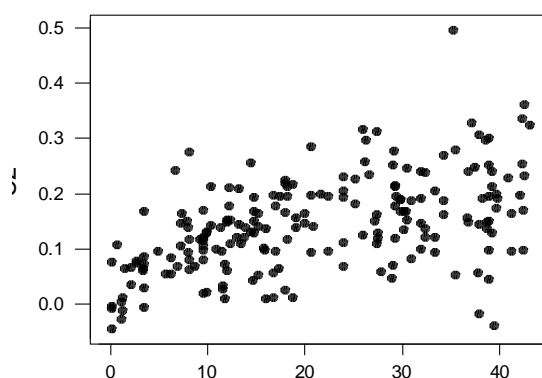
El ángulo de rotación explica el 25,4% de la tasa de incremento de la imagen.

Hemos observado también que cada grado girado contribuye entre un 0,26 y un 0,42 por ciento en el incremento del espacio en disco de la imagen con una confianza del 95%

El estudio nos permite hacer predicciones del estilo: "si giramos una imagen x grados es muy poco probable que esta aumente más de un y%"

Queremos hacer mención especial al coeficiente de determinación, (25,4 %). A la hora de girar una imagen la tasa de incremento de ésta depende más de otros factores asociados, por ejemplo, a las características de la propia fotografía que del ángulo girado. Así, 'poco' podemos saber sobre la tasa de incremento partiendo únicamente del ángulo de giro. Se debiera realizar otros estudios teniendo en cuenta también características propias de la fotografía.

Por otro lado, fijando la atención en el gráfico de los residuos versus el orden de las observaciones, pensamos que se debería estudiar porqué la dispersión de los errores crece a medida que avanzamos en las observaciones, esta dependencia ha hecho tambalear el modelo de la regresión, no obstante teniendo en cuenta que la recogida de datos no se ha realizado temporalmente, creemos que las premisas se cumplen razonablemente.



Este es el plot que faltaba. Efectivamente, vemos que para un ángulo de giro fijo aún se observa mucha variabilidad en la respuesta (¡es que no es la variable determinante!). Apreciamos un cierto aumento de la dispersión según el ángulo: si lo ignoráramos, la desviación residual –un dato no comentado por los autores, pero de importancia– se estimaría en 7.386%. Este valor es algo menor que la dispersión observada en la variable respuesta, pero no hay que desdeñar este decremento. ¡Realmente, hemos determinado que el ángulo influye y, además, se ha cuantificado su influencia!

El hecho de que algunas premisas se puedan cuestionar levemente (la presencia de factores no lineales es despreciable, la heterocedasticidad nos obliga a precisar que nos equivocamos por defecto en previsiones para ángulos grandes y por exceso en previsiones para ángulos pequeños, y el efecto de que la muestra no sea exactamente aleatoria es difícil de estimar, pero este caso no parece problemático) significa que ciertas conclusiones inferenciales no son exactas pero, contrariamente a lo que se suele creer, no implican que debamos lanzar todo el trabajo.

| NOMBRE | GRADOS | TASAINC | TAM.INICIAL | TAM.FINAL |
|---------------|---------------|----------------|--------------------|------------------|
| 001.JPG | 23,9668 | 0,109950 | 39172 | 44011 |
| 002.JPG | 6,1522 | 0,054911 | 50567 | 53505 |
| 003.JPG | 9,9061 | 0,021788 | 62046 | 63428 |
| 004.JPG | 11,5194 | 0,027216 | 61084 | 62793 |
| 005.JPG | 37,9804 | 0,143748 | 46426 | 54220 |
| 006.JPG | 33,4070 | 0,094194 | 65209 | 71990 |
| 007.JPG | 13,4337 | 0,108341 | 42879 | 48089 |
| 008.JPG | 31,9512 | 0,239596 | 39960 | 52551 |
| 009.JPG | 34,2614 | 0,161458 | 44701 | 53308 |
| 010.JPG | 11,7379 | 0,008467 | 57964 | 58459 |
| 011.JPG | 29,2349 | 0,214171 | 33848 | 43073 |
| 012.JPG | 42,3886 | 0,253734 | 31032 | 41583 |
| 013.JPG | 9,5146 | 0,104196 | 38619 | 43111 |
| 014.JPG | 9,2234 | 0,117311 | 32558 | 36885 |
| 015.JPG | 30,9716 | 0,186307 | 37486 | 46069 |
| 016.JPG | 9,5146 | 0,096640 | 41840 | 46316 |
| 017.JPG | 10,8529 | 0,098700 | 42444 | 47092 |
| 018.JPG | 8,6712 | 0,066989 | 42772 | 45843 |
| 019.JPG | 19,9843 | 0,164633 | 39441 | 47214 |
| 020.JPG | 29,2349 | 0,211855 | 26938 | 34179 |
| 021.JPG | 14,7232 | 0,150607 | 35480 | 41771 |
| 022.JPG | 26,6380 | 0,233508 | 27432 | 35789 |
| 023.JPG | 20,6712 | 0,092445 | 42695 | 47044 |
| 024.JPG | 38,7231 | 0,137137 | 41955 | 48623 |
| 025.JPG | 20,8071 | 0,140933 | 41212 | 47973 |
| 026.JPG | 18,2242 | 0,212218 | 33168 | 42103 |
| 027.JPG | 32,3535 | 0,238383 | 30879 | 40544 |
| 028.JPG | 0,7012 | 0,107625 | 30405 | 34072 |
| 029.JPG | 18,2254 | 0,117728 | 43361 | 49147 |
| 030.JPG | 41,2291 | 0,163375 | 39856 | 47639 |
| 031.JPG | 9,5597 | 0,115117 | 43100 | 48707 |
| 032.JPG | 14,7232 | 0,127627 | 43172 | 49488 |
| 033.JPG | 42,1002 | 0,196067 | 41290 | 51360 |
| 034.JPG | 32,3535 | 0,136469 | 49476 | 57295 |
| 035.JPG | 29,2349 | 0,119566 | 49778 | 56538 |
| 036.JPG | 0,0818 | -0,044996 | 51767 | 49538 |
| 037.JPG | 15,9540 | 0,136627 | 38149 | 44186 |
| 038.JPG | 29,7873 | 0,188550 | 35535 | 43792 |
| 039.JPG | 3,2902 | 0,064500 | 43845 | 46868 |
| 040.JPG | 1,1560 | 0,011117 | 53106 | 53703 |
| 041.JPG | 2,6716 | 0,077740 | 38841 | 42115 |
| 042.JPG | 14,5810 | 0,041533 | 65563 | 68404 |
| 043.JPG | 11,4112 | 0,094729 | 43711 | 48285 |
| 044.JPG | 11,9526 | 0,147213 | 31241 | 36634 |
| 045.JPG | 3,4658 | 0,071835 | 40248 | 43363 |
| 046.JPG | 14,7232 | 0,193775 | 31887 | 39551 |
| 047.JPG | 6,8337 | 0,067124 | 47739 | 51174 |
| 048.JPG | 2,1336 | 0,035468 | 50908 | 52780 |
| 049.JPG | 25,1698 | 0,227273 | 33354 | 43164 |
| 050.JPG | 29,3071 | 0,176800 | 38315 | 46544 |
| 051.JPG | 23,9668 | 0,192838 | 35093 | 43477 |
| 052.JPG | 0,0636 | -0,005083 | 34011 | 33839 |
| 053.JPG | 30,5169 | 0,152851 | 39295 | 46385 |
| 054.JPG | 34,2697 | 0,269687 | 26709 | 36572 |
| 055.JPG | 38,9286 | 0,096344 | 60460 | 66906 |
| 056.JPG | 16,9941 | 0,095052 | 51982 | 57442 |
| 057.JPG | 18,6953 | 0,216345 | 29409 | 37528 |
| 058.JPG | 39,8653 | 0,191146 | 39866 | 49287 |
| 059.JPG | 11,5194 | 0,033598 | 59886 | 61968 |
| 060.JPG | 41,2291 | 0,094448 | 63155 | 69742 |
| 061.JPG | 11,9526 | 0,060356 | 53680 | 57128 |
| 062.JPG | 9,5056 | 0,079079 | 43135 | 46839 |
| 063.JPG | 7,9386 | 0,093001 | 40639 | 44806 |
| 064.JPG | 23,9233 | 0,229491 | 27679 | 35923 |
| 065.JPG | 12,2747 | 0,109093 | 38546 | 43266 |
| 066.JPG | 2,6716 | 0,073963 | 32127 | 34693 |
| 067.JPG | 13,2030 | 0,143539 | 35878 | 41891 |
| 068.JPG | 38,7231 | 0,148222 | 40646 | 47719 |
| 069.JPG | 31,9512 | 0,190230 | 47676 | 58876 |
| 070.JPG | 22,4189 | 0,195284 | 33242 | 41309 |
| 071.JPG | 29,1840 | 0,276817 | 27567 | 38119 |
| 072.JPG | 0,0636 | -0,008088 | 36646 | 36352 |

| | | | | |
|---------|---------|-----------|-------|-------|
| 073.JPG | 10,2888 | 0,212693 | 22776 | 28929 |
| 074.JPG | 25,1698 | 0,181482 | 32514 | 39723 |
| 075.JPG | 6,1522 | 0,082652 | 37914 | 41330 |
| 076.JPG | 38,9216 | 0,195657 | 30598 | 38041 |
| 077.JPG | 30,1395 | 0,133753 | 49694 | 57367 |
| 078.JPG | 38,9216 | 0,149985 | 47413 | 55779 |
| 079.JPG | 15,1948 | 0,164685 | 26842 | 32134 |
| 080.JPG | 9,5146 | 0,120734 | 25584 | 29097 |
| 081.JPG | 32,3535 | 0,121283 | 55404 | 63051 |
| 082.JPG | 31,9512 | 0,100014 | 59445 | 66051 |
| 083.JPG | 38,9216 | 0,044041 | 76167 | 79676 |
| 084.JPG | 14,3788 | 0,130306 | 38971 | 44810 |
| 085.JPG | 29,0066 | 0,251901 | 28035 | 37475 |
| 086.JPG | 25,9359 | 0,124268 | 50253 | 57384 |
| 087.JPG | 23,9668 | 0,205564 | 39752 | 50038 |
| 088.JPG | 9,8780 | 0,128905 | 41580 | 47733 |
| 089.JPG | 34,2614 | 0,187260 | 41861 | 51506 |
| 090.JPG | 9,5146 | 0,118806 | 35550 | 40343 |
| 091.JPG | 36,8445 | 0,240336 | 27218 | 35829 |
| 092.JPG | 14,4480 | 0,255206 | 16524 | 22186 |
| 093.JPG | 38,9216 | 0,300530 | 19283 | 27568 |
| 094.JPG | 9,5597 | 0,169438 | 21926 | 26399 |
| 095.JPG | 33,4070 | 0,204051 | 29985 | 37672 |
| 096.JPG | 42,3886 | 0,335626 | 20379 | 30674 |
| 097.JPG | 42,5867 | 0,361304 | 17004 | 26623 |
| 098.JPG | 13,2030 | 0,209562 | 18252 | 23091 |
| 099.JPG | 10,2890 | 0,141867 | 25641 | 29880 |
| 100.JPG | 42,5867 | 0,232317 | 27133 | 35344 |
| 101.JPG | 3,4658 | 0,168169 | 15690 | 18862 |
| 102.JPG | 27,3922 | 0,312743 | 15387 | 22389 |
| 103.JPG | 12,2747 | 0,152113 | 27051 | 31904 |
| 104.JPG | 35,4544 | 0,278549 | 24424 | 33854 |
| 105.JPG | 30,5169 | 0,246427 | 23834 | 31628 |
| 106.JPG | 17,9355 | 0,225231 | 24602 | 31754 |
| 107.JPG | 37,9804 | 0,307249 | 18644 | 26913 |
| 108.JPG | 27,3922 | 0,161574 | 41404 | 49383 |
| 109.JPG | 11,9526 | 0,151094 | 29165 | 34356 |
| 110.JPG | 26,2841 | 0,296063 | 19259 | 27359 |
| 111.JPG | 30,3993 | 0,166706 | 31736 | 38085 |
| 112.JPG | 17,9355 | 0,166476 | 30672 | 36798 |
| 113.JPG | 7,1716 | 0,105340 | 40325 | 45073 |
| 114.JPG | 39,7163 | 0,199694 | 39223 | 49010 |
| 115.JPG | 42,4528 | 0,097679 | 56811 | 62961 |
| 116.JPG | 17,9515 | 0,219285 | 28589 | 36619 |
| 117.JPG | 38,9216 | 0,252608 | 28877 | 38637 |
| 118.JPG | 17,9355 | 0,024008 | 73745 | 75559 |
| 119.JPG | 18,6953 | 0,011646 | 85547 | 86555 |
| 120.JPG | 39,7163 | 0,172632 | 47596 | 57527 |
| 121.JPG | 27,8188 | 0,058989 | 58832 | 62520 |
| 122.JPG | 36,6701 | 0,156887 | 50865 | 60330 |
| 123.JPG | 29,0066 | 0,070537 | 58400 | 62832 |
| 124.JPG | 19,9843 | 0,146579 | 37379 | 43799 |
| 125.JPG | 15,1948 | 0,141067 | 34006 | 39591 |
| 126.JPG | 37,8621 | 0,056202 | 63780 | 67578 |
| 127.JPG | 29,7873 | 0,189459 | 42290 | 52175 |
| 128.JPG | 1,0935 | 0,003654 | 45531 | 45698 |
| 129.JPG | 19,1199 | 0,137394 | 53485 | 62004 |
| 130.JPG | 43,1836 | 0,324494 | 18265 | 27039 |
| 131.JPG | 21,5764 | 0,199829 | 24274 | 30336 |
| 132.JPG | 1,1560 | -0,012206 | 42375 | 41864 |
| 133.JPG | 38,5911 | 0,297462 | 27262 | 38805 |
| 134.JPG | 3,4658 | -0,005821 | 39227 | 39000 |
| 135.JPG | 11,3092 | 0,139121 | 33118 | 38470 |
| 136.JPG | 5,6363 | 0,053317 | 28711 | 30328 |
| 137.JPG | 12,1527 | 0,210383 | 14784 | 18723 |
| 138.JPG | 38,2865 | 0,191028 | 23317 | 28823 |
| 139.JPG | 36,8445 | 0,148731 | 29711 | 34902 |
| 140.JPG | 19,1199 | 0,155105 | 26065 | 30850 |
| 141.JPG | 3,3992 | 0,086106 | 18510 | 20254 |
| 142.JPG | 20,6321 | 0,285598 | 22803 | 31919 |
| 143.JPG | 15,9540 | 0,009234 | 65983 | 66598 |
| 144.JPG | 37,8850 | -0,017245 | 67306 | 66165 |
| 145.JPG | 7,9386 | 0,138047 | 22116 | 25658 |
| 146.JPG | 25,9746 | 0,315915 | 14060 | 20553 |
| 147.JPG | 16,7867 | 0,010642 | 85346 | 86264 |
| 148.JPG | 15,1948 | 0,052149 | 60362 | 63683 |

| | | | | |
|---------|---------|-----------|-------|-------|
| 149.JPG | 14,7232 | 0,168455 | 33246 | 39981 |
| 150.JPG | 13,0063 | 0,120912 | 23818 | 27094 |
| 151.JPG | 17,2672 | 0,063339 | 49126 | 52448 |
| 152.JPG | 8,1211 | 0,078743 | 35789 | 38848 |
| 153.JPG | 12,1487 | 0,178190 | 28765 | 35002 |
| 154.JPG | 39,2263 | 0,213526 | 32899 | 41831 |
| 155.JPG | 27,5093 | 0,118571 | 40001 | 45382 |
| 156.JPG | 8,1211 | 0,275887 | 19664 | 27156 |
| 157.JPG | 40,9342 | 0,228337 | 26938 | 34909 |
| 158.JPG | 23,9233 | 0,068303 | 49256 | 52867 |
| 159.JPG | 30,1395 | 0,168225 | 34344 | 41290 |
| 160.JPG | 39,2905 | 0,127935 | 53591 | 61453 |
| 161.JPG | 35,4544 | 0,052356 | 68762 | 72561 |
| 162.JPG | 42,4751 | 0,169600 | 38739 | 46651 |
| 163.JPG | 16,7867 | 0,197288 | 28294 | 35248 |
| 164.JPG | 9,8164 | 0,130982 | 33412 | 38448 |
| 165.JPG | 3,4658 | 0,027970 | 35448 | 36468 |
| 166.JPG | 37,1009 | 0,327793 | 19937 | 29659 |
| 167.JPG | 22,4189 | 0,094433 | 55955 | 61790 |
| 168.JPG | 3,2902 | 0,059217 | 38780 | 41221 |
| 169.JPG | 13,7096 | 0,119973 | 39126 | 44460 |
| 170.JPG | 13,8053 | 0,138277 | 33328 | 38676 |
| 171.JPG | 16,9941 | 0,176916 | 28282 | 34361 |
| 172.JPG | 7,8295 | 0,149068 | 26167 | 30751 |
| 173.JPG | 8,1211 | 0,062005 | 47410 | 50544 |
| 174.JPG | 27,5093 | 0,128963 | 44422 | 50999 |
| 175.JPG | 31,9512 | 0,146744 | 46912 | 54980 |
| 176.JPG | 37,4916 | 0,247163 | 28461 | 37805 |
| 177.JPG | 20,6712 | 0,197072 | 35096 | 43710 |
| 178.JPG | 26,2215 | 0,256893 | 28837 | 38806 |
| 179.JPG | 8,1211 | 0,116917 | 31791 | 36000 |
| 180.JPG | 1,3803 | 0,063704 | 35583 | 38004 |
| 181.JPG | 15,9001 | 0,097252 | 43535 | 48225 |
| 182.JPG | 18,2242 | 0,195958 | 28209 | 35084 |
| 183.JPG | 29,3620 | 0,194877 | 36522 | 45362 |
| 184.JPG | 39,2263 | 0,240302 | 31608 | 41606 |
| 185.JPG | 17,4365 | 0,195651 | 31475 | 39131 |
| 186.JPG | 4,9147 | 0,095026 | 38589 | 42641 |
| 187.JPG | 28,9624 | 0,046439 | 58275 | 61113 |
| 188.JPG | 9,5146 | 0,019085 | 51860 | 52869 |
| 189.JPG | 16,7664 | 0,056664 | 53273 | 56473 |
| 190.JPG | 27,1865 | 0,149592 | 28356 | 33344 |
| 191.JPG | 33,4070 | 0,119980 | 47771 | 54284 |
| 192.JPG | 15,7600 | 0,101877 | 36365 | 40490 |
| 193.JPG | 30,9716 | 0,081720 | 52038 | 56669 |
| 194.JPG | 2,1336 | 0,066703 | 30838 | 33042 |
| 195.JPG | 11,7379 | 0,071361 | 44024 | 47407 |
| 196.JPG | 29,7873 | 0,168142 | 50854 | 61133 |
| 197.JPG | 0,0636 | 0,075367 | 27837 | 30106 |
| 198.JPG | 39,4338 | -0,040462 | 87687 | 84277 |
| 199.JPG | 7,3596 | 0,163699 | 24001 | 28699 |
| 200.JPG | 1,0935 | -0,028827 | 28944 | 28133 |
| 201.JPG | 27,3922 | 0,108403 | 48247 | 54113 |
| 202.JPG | 7,1582 | 0,145373 | 23874 | 27935 |
| 203.JPG | 6,6883 | 0,241170 | 18391 | 24236 |
| 204.JPG | 35,2535 | 0,495711 | 9642 | 19120 |