

NOM:

COGNOM:

Problema 1 (B1-B2)

S'està estudiant el canvi de màquina d'una web de serveis, i s'ha fet l'estudi del nombre d'usuaris connectats (U), amb els següents resultats: de cada 10 dies, durant 5 dies es dona servei a 50 usuaris; durant dos dies hem tingut 100 usuaris; un altre dia a 150, un altre a 200, i el restant a 300 (per simplicitat, assumirem que aquests nombres són els únics nombres possibles per a U).

1. Considereu que s'agafa un dia a l'atzar i es comprova quants usuaris hi ha connectats aquest dia. Dibuixeu la gràfica de la funció de distribució del nombre d'usuaris. (1 punt)

2. Calcula i explica el significat de l'esperança i la variància de la variable aleatòria "nombre d'usuaris connectats". (2 punts)

S'està considerant una màquina que té una probabilitat de fallida de un 10% si hi ha 50 usuaris i que s'incrementa en un 1% per cada 25 usuaris addicionals connectats –fins un màxim de 300. La variable nombre d'usuaris segueix el model de probabilitat descrit prèviament.

3. Escriviu la taula de probabilitats conjuntes de les variables aleatòries nombre d'usuaris (U) i fallida (F , 0 no falla; 1, sí falla), amb les seves marginals. Justifiqueu totes les passes. (1 punt)

4. Dibuixa l'arbre d'esdeveniments i probabilitats associat a l'experiència anterior, ficant al primer nivell la variable F . (1 punt)

5. Si es sap que el servidor ha donat error, quina és la probabilitat que hagi estat quan servia a 200 clients? (1 punt)
6. Si sabem que no ha fallat, quina és la probabilitat que hi hagi com a màxim 150 usuaris connectats? (1 punt)
7. Ara fem la següent consideració: les connexions es realitzen a l'inici del dia i si el servidor dóna algun error tots els usuaris connectats es queden sense servei. Defineix la variable aleatòria "nombre d'usuaris que es quedaran sense servei", i calcula el seu nombre esperat. (1.5 punts)

8. Un tècnic vol trobar un model molt més acurat sobre la distribució del nombre d'usuaris, utilitzant un model de variable contínua. Prenent els límits entre 0 i 300, el tècnic valora aquesta funció de densitat:

$$f(x) = a - bx; \quad 0 < x < 300, \quad a > 0, \quad b > 0$$

Sabent que $f(x)$ s'anul·la a l'extrem dret del domini, trobeu el valors de les constants a i b , i representeu gràficament la funció. Justifiqueu la resposta. (1.5 punts)

Nom:

Exercici 2

Un grup d'alumnes ha fet una enquesta entre els alumnes d'una assignatura del segon any del Grau d'Enginyeria Informàtica sobre l'ús que fan d'estatus. La pregunta vegada va ser quantes vegades van utilitzar l'estatus la setmana anterior i les respostes van ser les següents:

1, 2, 2, 4, 1, 4, 5, 3, 3, 0.

Definim, per tant, com a variable X el nombre d'exercicis d'estatus realitzats a la setmana.

(a) (0,5 punts)

Quines són les estimacions puntuals de la mitjana i de la desviació estàndard d' X ?

(b) (0,75 punts)

Per quines raons es podria suposar que X segueix una distribució de Poisson?

Suposem a continuació que X segueix una distribució de Poisson amb paràmetre $\lambda = 2.8$.

(c) (1 punt)

Si sabem que un alumne ha fet almenys 4 exercicis d'estatus a la setmana, quina és la probabilitat que finalment n'hagi fet més de 6?

En total hi ha 200 alumnes que fan l'assignatura. Si suposem que cadascun utilitza l'estatus independentment dels altres, llavors podem suposar que la variable X_{200} 'Nombre d'exercicis fets en una setmana pels 200 alumnes' segueix aproximadament una distribució normal.

(d) (0,5 punts)

Quins són els paràmetres de X_{200} ?

(e) (1,5 punts)

Quines són les probabilitats que entre tots els 200 alumnes es facin més de 560 i menys de 520 exercicis en una setmana, respectivament?

Nom:

(f) (1,5 punts)

Calculeu l'interval centrat en 560 que conté el nombre d'exercicis setmanals fets pels 200 estudiants amb una probabilitat del 99%.

Poques setmanes abans de l'examen, els alumnes comencen a fer-li moltes consultes per correu electrònic al seu professor. Es pot suposar que el nombre de consultes fetes pels estudiants entre les 8 del matí i les 8 del vespre segueix una distribució de Poisson amb mitjana igual a 24 consultes.

(g) (0,5 punts)

Quina és la distribució del temps entre les arribades de dues consultes al correu electrònic del professor?

(h) (1,5 punts)

Sabent que en mitja hora abans d'anar a dinar no li ha arribat cap consulta al professor, quina és la probabilitat que tingui una nova consulta a la seva bústia del correu electrònic quan torna de dinar exactament una hora després?

A la mateixa enquesta d'abans es va preguntar també pel temps dedicat setmanalment a l'estudi de l'assignatura i es van obtenir els següents estadístics: $\hat{\mu}_T = \bar{t} = 3.3$ hores i $\hat{\sigma}_T = s = 0.6$ hores.

(i) (1,5 punts)

Calculeu els intervals de confiança (amb un nivell de confiança igual al 95%) tant de la mitjana com de la desviació estàndard de la variable T : Hores dedicades setmanalment a l'estudi de l'assignatura. Suposem que T segueix una distribució normal i recordeu que $n = 10$.

(j) (0,75 punts)

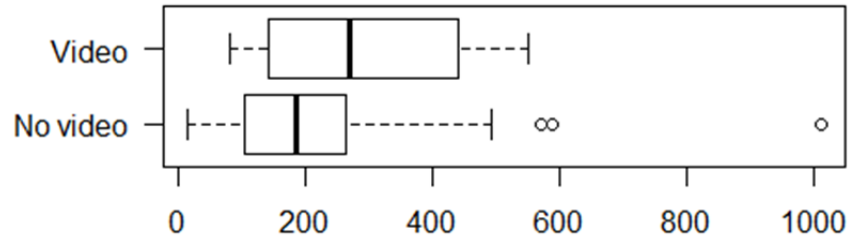
Basant-vos en els resultats de l'apartat anterior, es pot afirmar que el temps de dedicació mitjà és superior a les 3 hores? Raoneu la resposta.

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs)

Problema 3 (B5 – B6)

Una empresa de productes informàtics empra Facebook com una via de difusió de la seva marca. Actualment, volen analitzar com influeix el format dels continguts que posen al seu mur a través de mesurar el nombre de interaccions (*likes*, *shares* i comentaris) en funció de si insereixen un vídeo a la publicació. La descriptiva del nombre d'interaccions està a continuació:

	n	Mitjana	Desviació tipus
Publicacions amb vídeo	7	295.9	184.0
Publicacions sense vídeo	45	217.0	178.5



1. Digues si creus que es tracten de mostres aparellades o independents (1 punt)

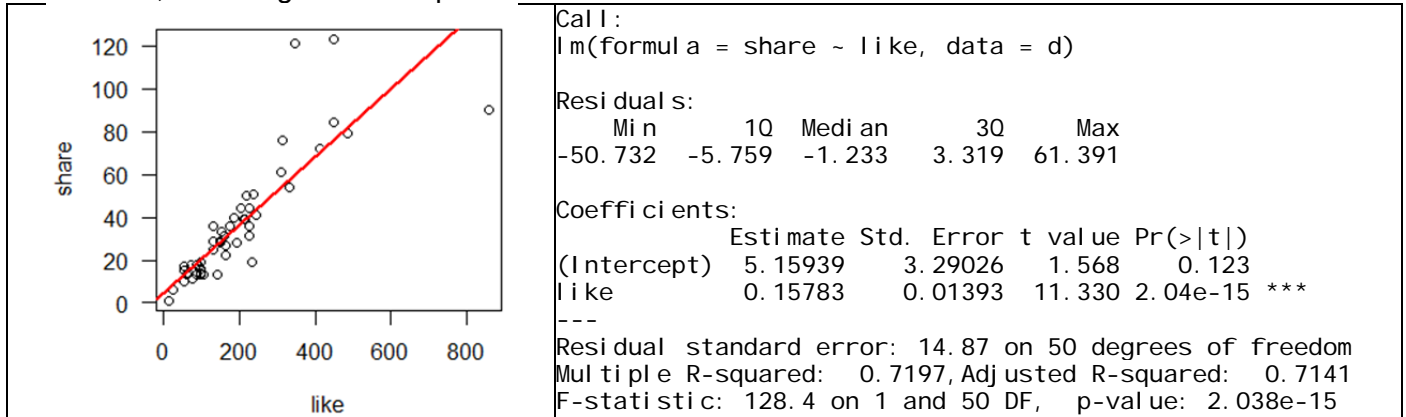
Planteja un contrast d'hipòtesi per decidir si la mitjana del nombre d'interaccions de les publicacions amb vídeo (V) és superior a la de les publicacions sense vídeo (NV)

2. Digues quina és la hipòtesi nul·la i alternativa i si el contrast és bilateral o unilateral. (1 punt)

3. Digues quines són les premisses per realitzar aquest test i si les veus raonables veient la descriptiva de les dades. (1 punt)

4. Calcula l'estadístic per realitzar aquest test. Digues quina és la seva distribució sota la hipòtesi nul·la i el punt crític amb un $\alpha = 0.05$. Finalment, conclou sobre la prova d'hipòtesi. (2 punts)

Entre les interaccions possibles es creu que hi ha una relació entre el nombre de “likes” (m’agrada) i el nombre de “shares” (compartir) d’una publicació. Per estudiar aquesta relació, s’ajusta un model lineal. A continuació, tens un gràfic descriptiu i la sortida del model amb R.



- Segons el gràfic, hi ha alguna de les premisses del model lineal que sembli no complir-se? (1 punt)
- Calcula un interval de confiança del 90% pel terme constant (*intercept*) (1 punt)
- Calcula l'estadístic per resoldre la prova d'hipòtesi sobre si el pendent poblacional de la recta és 0.15 o diferent. Dóna el punt crític per un $\alpha=0.05$ i conclou sobre la prova. (1 punt)
- Fes una predicció puntual i per interval de confiança del 95% pel nombre de “shares” per una publicació amb 100 “likes”. [La mitjana del nombre de “shares” és 34.21] (2 punts)