

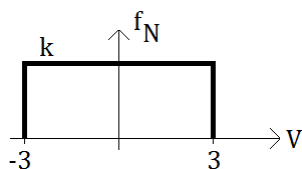
PE (FIB) -- EXAMEN FINAL (17 de juny de 2016)

Cognoms, nom:

Problema B1_B2. Suposem un sistema digital de comunicacions i distingim, en ell, dues variables aleatòries: X és el símbol transmès i Y és el símbol rebut. Tant X com Y només poden prendre els valors 0 i 1. A nivell físic, el símbol a transmetre 0 es modelarà com una tensió nul·la i el símbol a transmetre 1 es modelarà com una tensió de $2V$. En el procés de transmissió, a la tensió transmesa se li suma un soroll aleatori N , soroll (v.a. contínua) que està uniformement distribuït entre -3 i 3 . A recepció, si la tensió rebuda supera el llindar $L = 1V$ direm que s'ha rebut un 1 i si la tensió rebuda és inferior o igual al llindar $L = 1V$ direm que s'ha rebut un 0. Suposem que la probabilitat d'emetre un 0 (p_0) és doble de la probabilitat d'emetre un 1 (p_1)

(i) Calculeu els valors de p_0 i de p_1

(ii) Calculeu el valor que ha de prendre la k del dibuix de sota per a que f_N sigui una funció de densitat de probabilitat



(iii) Calculeu les quatre probabilitats següents:

- Probabilitat de de que s'envii un 0 i es rebi un 0
- Probabilitat de de que s'envii un 0 i es rebi un 1
- Probabilitat de de que s'envii un 1 i es rebi un 0
- Probabilitat de de que s'envii un 1 i es rebi un 1

(iv) Sabent que s'ha enviat un 0, calculeu la probabilitat de que es rebi un 0 i la probabilitat de que es rebi un 1.

(v) Sabent que s'ha enviat un 1, calculeu la probabilitat de que es rebi un 0 i la probabilitat de que es rebi un 1.

(vi) Calculeu la probabilitat de que es rebi un 0. Calculeu la probabilitat de que es rebi un 1.

(vii) Sabent que s'ha rebut un 1, calculeu: probabilitat de que s'hagi enviat un 0 i probabilitat de que s'hagi enviat un 1.

Puntuació: apartats (i) i (ii): 1 punt cada un

apartats (iii): 2 punts

apartats (iv), (v), (vi) i (vii): 1.5 punts cada un

NOM: _____ COGNOM: _____

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Explíciteu i justifiqueu els càlculs)

Problema 2 (B3 B4)

En una granja d'ous de gallines amb certificat de tractament ecològic asseguren que la distribució del pes (en grams) dels ous segueix el model normal amb esperança 65 gr i desviació 4 gr.

- (1 punt) Calculeu la probabilitat que el pes d'un ou estigui entre 60 gr i 70 gr

- (1 punt) Calculeu la probabilitat que el pes d'un ou sigui superior a 64 gr

- (1 punt) Considerant una dotzena d'ous (12 unitats), definiu la variable nombre d'ous que superen els 64 grams, i calculeu la probabilitat que 6 o més superin aquest pes.

- (1 punt) Considerant un cartró d'ous (30 unitats), definiu la variable pes total dels ous, i calculeu la probabilitat que aquest pes total sigui inferior a 2 Kgr.

- (1 punt) Considerant un cartró d'ous (30 unitats), definiu la variable pes mitjà dels ous, i calculeu la probabilitat que aquest pes mitjà sigui inferior o igual a 64 grams.

NOM: _____ COGNOM: _____

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs)

Problema 3 (B5 B6)

La pràctica d'uns alumnes consisteix en mesurar el consum de bateria que fa el GPS d'un mòbil. Dissenyen un experiment consistent en reproduir un vídeo d'una hora de duració, amb i sense el GPS activat, i amb la bateria completament carregada inicialment. Aquestes són les dades obtingudes (percentatge arrodonit de càrrega al final):

									mean	sd
Amb GPS	76	66	70	71	75	70	75	79	72.75	4.200
Sense GPS	76	79	74	74	78	78	79	75	76.625	2.134

1. Expliqueu què condicions farien que aquest experiment fos un disseny aparellat, i quines un disseny de mostres independents. Poseu exemples concrets. [1pt]

2. Suposem que els dos grups a comparar són independents. Exposeu quines són les premisses de la prova de comparació de mitjanes que es vol fer. [0.5pt]

3. Quina és la resposta que cal utilitzar: a) la càrrega de la bateria al final, b) el decrement de càrrega, c) si la bateria s'ha descarregat més d'un 25% o menys? Raoneu la resposta. [0.5pt]

4. Resoleu la prova d'hipòtesis amb un enfoc unilateral amb risc $\alpha=5\%$ i expliqueu com es trobaria (sense calcular-ho) el p-valor. [1.5pt]

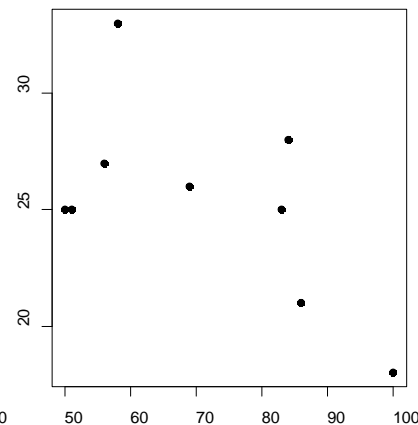
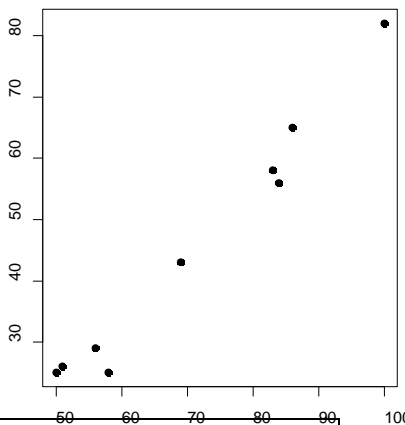
5. Estimeu amb un IC 95% bilateral el consum mitjà que suposa l'ús del GPS. [1pt]

6. Quina és la conclusió pràctica dels resultats anteriors? [1pt]

7. Per tal d'obtenir una estimació molt més precisa de l'efecte del GPS (l'objectiu és un IC 95% amb error $\pm 1\%$), es planteja un projecte col·laboratiu on voluntaris de tot el món aportarien dades. Com que es creu que la heterogeneïtat seria important, es preveu una desviació tipus poblacional del 6%. Quants voluntaris farien falta per tenir les dades, suposant que volem tantes dades amb GPS com sense? [1pt]

Continuant amb la mesura de la bateria del mòbil, es vol comprovar si la bateria es descarrega més ràpidament si la bateria està a mitja càrrega que quan està al 100% (estem suposant que el mesurador de càrrega és completament fiable). Per aquest objectiu, es repeteix l'experiència de reproduir el vídeo d'una hora (aquesta vegada sense GPS) partint de diferents nivells de càrrega de la bateria, i el resultat és el següent:

a l'inici: 50 51 56 58 69 83 84 86 100
 al final: 25 26 29 25 43 56 54 65 82
 Descens 25 25 27 33 26 27 30 21 18



	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-35.04958	5.17759		
X	1.13728	0.07112		

Residual standard error: 3.639 on 7 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.9734, Adjusted R-squared: 0.9696

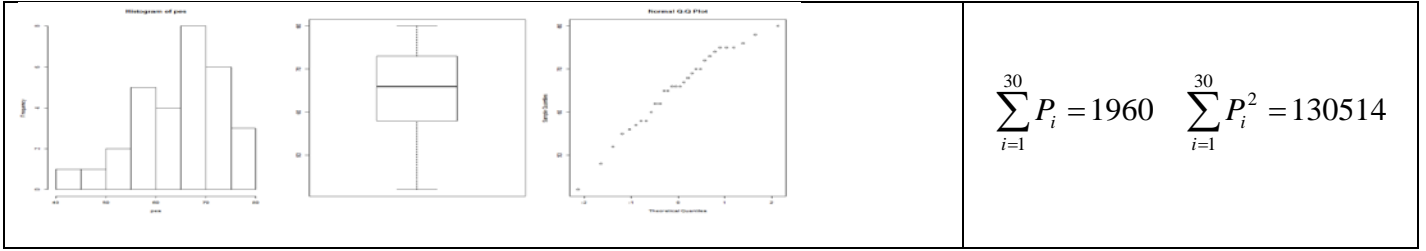
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	35.04958	5.17759		
X	-0.13728	0.07112		

Residual standard error: 3.639 on 7 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.3474, Adjusted R-squared: 0.2542

8. Expliqueu i interpreteu sintèticament els dos models ajustats a sobre. Teniu en compte: a) quines són les variables implicades, b) quin model hem trobat, c) com s'interpreten els estimadors, d) quina és la significació estadística dels resultats, e) com és la capacitat predictiva dels models. Finalment, digueu com podeu respondre a les preguntes objectiu d'aquesta part: la bateria es descarrega més lenta o més ràpidament, independentment del nivell de càrrega inicial? És convenient assegurar-se de que partim d'una bateria completament carregada? [3pt]

9. Assumint que el model és útil per fer previsions, trobeu amb IC 95% una estimació de quin seria el nivell de càrrega final, després d'una prova de reproducció del vídeo si inicialment la bateria estigués al 100%. Ajut: $\sum X_i = 637$; $s_x^2 = 327.1944$ [0.5pt]

Ara volem inferir resultats a partir de dades mostrals. Recollim els pes d'un cartró d'ous (30 unitats) i obtenim els següents resultats: 42, 48, 52, 55, 56, 57, 58, 58, 60, 62, 62, 65, 65, 66, 66, 66, 67, 68, 69, 70, 70, 72, 73, 74, 75, 75, 75, 76, 78, 80



$$\sum_{i=1}^{30} P_i = 1960 \quad \sum_{i=1}^{30} P_i^2 = 130514$$

- (1 punt) Calculeu una estimació puntual de la mitjana, de la desviació, de l'error estàndard de l'estimador de la mitjana poblacional, i de la proporció d'ous amb pes superior a 64 gr

- (2 punts) Plantegeu i resoleu la prova d'hipòtesi sobre si el valor esperat de la mitjana és 65 gr o no, amb risc 5%

- (2 punts) Calculeu un IC amb confiança 95% de la proporció esperada d'ous amb pes superior a 64gr