

NOM: _____ COGNOM: _____
(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs)

Problema 1 (B1)

En una botiga amb alarma, la probabilitat que una nit qualsevol hi hagi un intent de robatori és 0.05. Si hi ha intent de robatori l'alarma es dispara amb probabilitat 0.95, i si no n'hi ha hagut intent de robatori la probabilitat que es dispari, per error, és de 0.05. Si es dispara l'alarma es bloqueja la porta d'entrada.

(1 punt) Indiqueu el conjunt de resultats i les seves probabilitats.

(1 punt) Indiqueu la taula de probabilitats conjuntes i marginals.

(1 punt) Calculeu la probabilitat que un dia concret es bloquegi la porta d'entrada.

(1 punt) Justifiqueu si és independent o no el fet de que soni l'alarma i de que hi hagi hagut intent de robatori.

En una altra botiga amb les mateixes probabilitats d'intent de robatori i de sonar l'alarma que l'anterior, quan sona l'alarma automàticament hi ha un avís als serveis de seguretat que arriben en menys de 20 minuts una de cada cinc vegades.

(1 punt) Indiqueu el conjunt de resultats i les seves probabilitats.

(1 punt) Justifiqueu si és independent o no el que el servei de seguretat arribi en menys de 20 minuts i de que hi hagi hagut intent de robatori.

(1 punt) Quina és la probabilitat que els serveis de seguretat arribin en menys de 20 minuts i hi hagi hagut intent de robatori i soni l'alarma?

(1 punt) Que és més probable que els serveis de seguretat arribin en menys de 20 minuts i hi hagi hagut intent de robatori i soni l'alarma o que hi arribin i l'alarma sona per error?

(1 punt) Quina és la probabilitat que sabent que ha sonat l'alarma hi hagi hagut un intent de robatori?

(1 punt) Quina és la probabilitat que hi hagi hagut intent de robatori si no ha sonat l'alarma?

Cognoms, nom:

Problema B2. L'empresa PC-OK es dedica al muntatge d'ordinadors adreçats al gran públic i, per raons de cost, s'ha especialitzat en un únic tipus de PC. Internament, però, aquests PC's porten un microprocessador de entre dos models, que anomenarem tipus I i tipus II. Per a la memòria RAM, l'empresa té tres proveïdors, amb característiques molt semblants excepte la latència: el primer i el segon tipus de memòria són CL9 (9 cicles de rellotge des de la petició fins que la dada està disponible), i el tercer és CL10. Els demés components són comuns a tots els ordinadors.

Des del servei de reparacions s'ha observat que no totes les combinacions són igual de resistents a les avaries. En concret, dels ordinadors que van entrar avariats en període de garantia, s'han observat els percentatges següents:

		RAM		
		1	2	3
μP	I	15%	0%	20%
	II	20%	10%	35%

Si X denota el tipus de microprocessador (μP) i Y la latència de la RAM (= nombre de cicles de rellotge necessaris per fer disponible una dada),

Puntuació: pregunta (g): 1 punt; altres preguntes: 1.5 punts cada una

(a) Especifiqui la funció de probabilitat de la variable aleatòria Y . Dibuixi-la.

(b) Calculeu el valor esperat i la desviació tipus de Y .

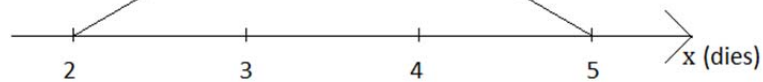
(c) Si l'ordinador que arriba al servei tècnic porta un microprocessador de tipus I, quin és el valor esperat per a la latència de la RAM que porta incorporada? (Indicació: calculeu primer la funció de probabilitat de la variable Y condicionada per $X = 1$).

(d) ¿Són independents les variables X i Y ? Justifiqueu la resposta.

Sigui U el temps que es tarda en reparar un PC. Si U és una variable aleatòria amb la següent funció de densitat:

$$f(x) = \begin{cases} k(x-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ \ell & \text{si } 3 \leq x \leq 4 \\ -k(x-5) & \text{si } 4 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

Gràfica de $f(x)$:



(e) Calculeu els valors de k i ℓ (podeu usar arguments geomètrics).

(f) Calculeu la probabilitat que el PC avariats es reperi en menys de tres dies.

(g) Calculeu quin temps de reparació màxim podeu comunicar al client amb la seguretat de que no us equivocareu més del 5% de les vegades.

4. (2 punts) Feu servir l'aproximació normal per a calcular aproximadament $\Pr(3 \leq V \leq 7)$.
(Nota: Si W és la variable aleatòria normal que aproxima la distribució de V , fes servir $\Pr(2.5 \leq W \leq 7.5)$ com a aproximació de la probabilitat anterior).

5. (2 punts) El temps T que una empresa client de *Data Analytics* triga en demanar una nova feina segueix una distribució exponencial amb esperança 2 mesos. Calculeu el temps m tal que la meitat dels temps entre comandes sigui inferior a m i l'altre meitat superior.