

Nom: \_\_\_\_\_

**Problema 1 (B1)**

Una empresa d'informàtica rep una peça dels seus ordinadors de tres proveïdors diferents: A, B i C. Aquesta peça pot tenir algun defecte. Les respectives probabilitats es troben a la taula següent, on  $D$  indica que la peça té un defecte i  $\neg D$  que no en té cap. i  $\neg D$  que no en té cap.

	A	B	C
$D$	0,03	0,05	0,02
$\neg D$	0,97	0,95	0,98

(a) (0.5 punts)

Les probabilitats a la taula són probabilitats condicionades o conjuntes? Raoneu la resposta.

(b) (0.5 punts)

Són independents les variables 'Proveïdor' i 'Defecte'? Raoneu la resposta.

(c) (1.5 punts)

Se sap que meitat de les peces provenen del proveïdor A i que B proveeix el doble de peces que C. Per tant, quina és la probabilitat que una peça qualsevol tingui un defecte?

(d) (1.25 punts)

Si trobem una peça amb defecte, quina és la probabilitat que sigui del proveïdor B?

(e) (1.5 punts)

Donada una peça que no és del proveïdor B, quina és la probabilitat que tingui un defecte?

Nom:

---

**(f) (1.5 punt)**

Ens porten dues peces de forma independent. Quina és la probabilitat que almenys una d'elles sigui del proveïdor C?

**(g) (1.5 punt)**

Quina és la probabilitat que (exactament) una tingui un defecte?

**(h) (1.75 punts)**

Si sabem que una de les dues peces té un defecte, quina és la probabilitat que les dues peces siguin del proveïdor C?

NOM: \_\_\_\_\_

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Explíciteu i justifiqueu els càlculs.)

### Problema 2 (B2).

Una eina de resolució de problemes que s'usa en una assignatura distingeix entre problemes fàcils (F) i difícils (D). Pels dos tipus de problemes al llarg d'un quadrimestre s'ha recollit informació de la puntuació obtinguda en les dues primeres execucions. Tenim dues possibles taules: una pels problemes fàcils i una pels difícils. Cada taula conté les probabilitats conjuntes de la puntuació (resumida en 0 o 5 o 10) en la primera (files) i en la segona (columnes) execucions:

Problemes Fàcils

**F2** (Puntuació: fàcils en 2a execució)

**F1**  
(Puntuació: fàcils en 1a execució)

	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	
<b>0</b>	0.02	0.10	0.08	_____
<b>5</b>	0.05	0.25	0.20	_____
<b>10</b>	0.03	0.15	0.12	_____

-----

Problemes Difícils

**D2** (Puntuació: difícils en 2a execució)

**D1**  
(Puntuació: difícils en 1a execució)

	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	
<b>0</b>	0.10	0.10	0	_____
<b>5</b>	0	0.40	0.10	_____
<b>10</b>	0	0	0.30	_____

-----

Calculeu, pels **problemes fàcils**, les probabilitats de 0, 5 i 10 punts en la segona execució condicionades a la puntuació en la primera (0.5 pts)

Calculeu, pels **problemes fàcils**, la probabilitat d'obtenir la mateixa puntuació en les dues execucions, i la probabilitat de 10 punts en la segona si en la primera execució ha obtingut 5 punts (0.5 pts)

Calculeu, pels **problemes fàcils**, l'esperança i variància de les puntuacions en les dues execucions. Compareu-les (2 pt)

Pels **problemes fàcils** indiqueu justificadament i interpreteu si són independents o no la puntuació de la primera i de la segona execució (1 pt)

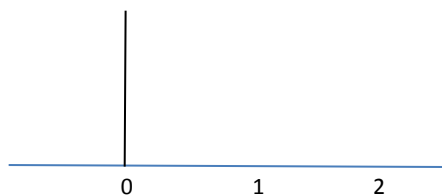
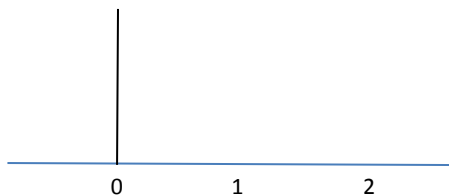
Pels **problemes difícils** calculeu i interpreteu la covariància i la correlació entre les puntuacions de la primera i segona execució. Podeu tenir en compte la relació entre l'esperança i la variància de F1 i F2 anteriors amb les de D1 i D2 (2 pts)

Ara considerarem el temps de les execucions dels problemes, distingint entre fàcils i difícils però no entre primera i segona execució. Tenim la funció de densitat del temps pels problemes fàcils (TF) i la del temps pels difícils (TD):

- pels problemes fàcils el temps en hores segueix una exponencial decreixent:  $f_{TF}(t) = e^{-t}$

- pels problemes difícils el temps, només definit entre 0 i 2 hores, segueix la funció lineal creixent:  $f_{TD}(t) = \frac{1}{2}t$

Indiqueu i representeu amb un gràfic esquemàtic aquestes dues funcions de densitat (1 pt)



Calculeu la funció de distribució de probabilitat per a cada cas (1 pt)

Calculeu la probabilitat de trigar menys de 1 hora en cada un dels casos (1 pt)

Interpreteu i comenteu les diferències dels dos casos tenint en compte les funcions de densitat i els càlculs anteriors (1 pt)

**Problema B3***La justificació formal és indispensable.*

Un determinat banc disposa d'un nou producte financer que vol vendre entre els seus clients. El director de la sucursal XYZ estima que 1 de cada 50 dels seus clients estaria interessat en comprar el producte si se li ofereix.

A. Suposem que un treballador de la sucursal ha de plantejar la compra a 30 clients en una setmana de cinc dies laborables<sup>1</sup>. Quina és la distribució de probabilitat (model i paràmetres) de les variables (1/2 pt. cada preg.):

- X: nombre de clients interessats (*captats*) pel treballador, per setmana.
- N: nombre de clients que cal oferir el producte fins que es troba a un interessat.
- T: temps necessari (en dies) fins que el treballador trobi a un interessat.

B. Calculeu les probabilitats (1 pt. cada preg.):

- que un treballador trobi 1 client interessat en una setmana.
- que un treballador trobi un client interessat després de plantejar la compra a un màxim de 5 clients (comptant-hi amb el que comprarà).
- que un treballador trigui més de 8 dies en trobar un client interessat en el producte.

C. Si la sucursal té 7 treballadors, i cadascú ofereix el producte a 30 clients per setmana:

- quin nombre de clients interessats esperem trobar? (1/2 pt)
- i quina és la variància d'aquest nombre? (1/2 pt)

---

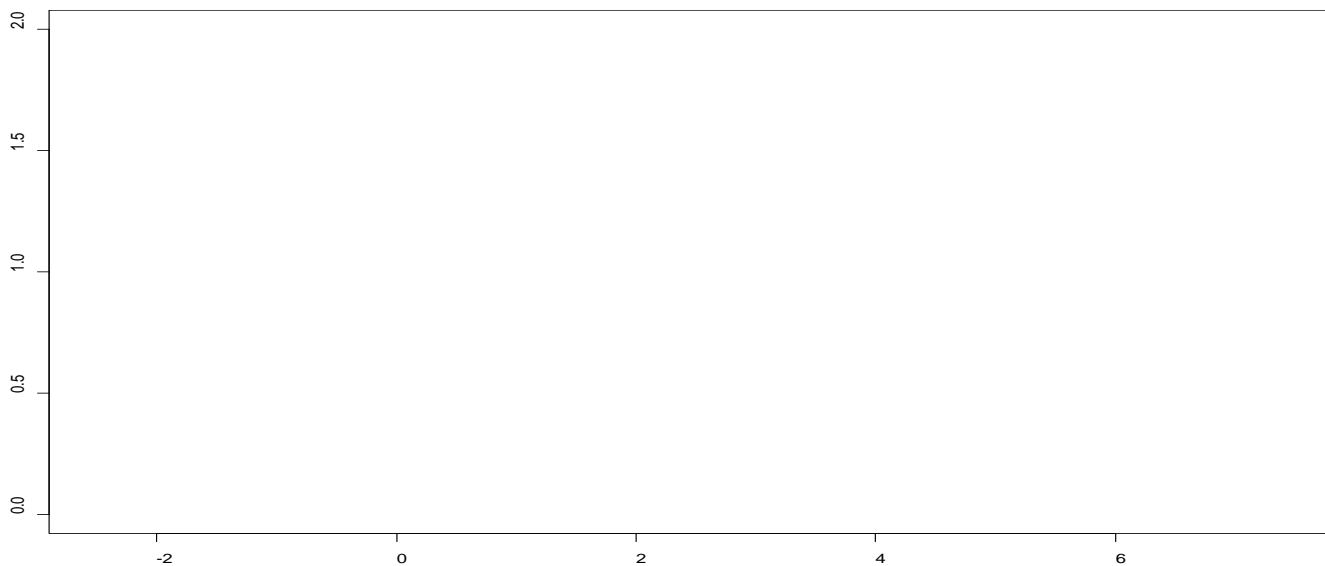
<sup>1</sup> Totes les referències temporals són a la setmana de cinc dies laborables.

- Trobeu una cota màxima al nombre de clients que es podrien captar amb tots els treballadors, en una setmana, amb un error del 5%. (1 pt)

D. El nou producte financer és una composició de tres carteres (que suposarem independents). És vàlid admetre que el rendiment anual de cadascuna de les tres carteres es distribueix com una Normal, encara que amb diferents paràmetres de valor esperat i variabilitat, com es veu a la taula següent:

Cartera	Pes de cartera al producte	Rendiment esperat	Desviació tipus rendiment
A	20%	2.5%	1.5%
B	50%	0.5%	0.2%
C	30%	1%	0.5%

- Representa (amb tota la fidelitat possible) les distribucions de probabilitat del rendiment de A, B i C (1/2 pt)



- Quina és la cartera que té més probabilitats d'obtenir un rendiment negatiu? Justifica-ho. (1 pt)
- Quin és el rendiment esperat del nou producte financer? (1/2 pt)
- Quina és la variància d'aquest producte? (1/2 pt)
- Trobeu la probabilitat que un client que contracti el producte tingui un rendiment per sota de 0 al cap d'un any. (1 pt)