

Problema 1.**(Tots els apartats puntuen igual)**

Es disposa de tres urnes, la 1^a conté boles numerades de l'1 al 4, la 2^a conté les boles amb les xifres parells (2 i 4) i una 3^a urna amb les senars (1 i 3).. Les probabilitats per a una extracció segons la urna són:

	1^a Urna	2^a Urna	3^a Urna
Probabilitat surti 1	0.2	--	0.5
Probabilitat surti 2	0.1	0.4	--
Probabilitat surti 3	0.3	--	0.5
Probabilitat surti 4	0.4	0.6	--

S'extreu aleatòriament una bola de cada urna.

A1. Indiqueu el conjunt de resultats i les seves probabilitats.

A2.- Justifiqueu si els resultats de les tres urnes són independents o no.

A3. Definim els esdeveniments $A = \text{"Parell de xifres repetides"}$ i $B = \text{"Suma de les xifres igual a 7"}$. Quina és la probabilitat de l'event A ? I de l'event B ? Probabilitat de l'event B sabent que a la primera extracció ha sortit un nombre parell?

B. En una capsa hi ha 5000 xips; 1000 provenen de la fàbrica X que té una taxa del 10% de defectuosos, 4000 provenen de la fàbrica Y que té una taxa del 5% de defectuosos. S'escull un xip a l'atzar, i és defectuós.

B1.- Representeu l'arbre de l'experiència aleatòria indicant-ne el conjunt de resultats i les seves probabilitats

B2. Calculeu la probabilitat que l'hagi fabricat X .

C. S'han recollit dades de l'edat i sou (euros al mes) de 19 titulats en informàtica a la FIB.

Aquest és el resultat de l'estadística descriptiva.

```
#Descriptiu univariant de la variable Sou.  
> summary(dat$sou)  
  Min. 1st Qu.  Median    Mean  3rd Qu.    Max.  
  400    750    1105    2378    2650    12040  
  
> sd(dat$sou)  
[1] 2944.3  
  
> cor(dat$sou, dat$edat)  
[1] 0.79
```

C1. Indica quin és el valor numèric dels dos indicadors de tendència central de la variable sou? Què volen dir aquests valors?

C2. Quins són els dos indicadors de dispersió? Feu la interpretació d'aquest valors.

C3. La correlació entre Sou i Edat és de 0.79. Com és la relació entre les 2 variables? Comenta quines són la magnitud i la direcció i què volen dir.

C4. Creus que la distribució de la variable sou és simètrica? Dibuixa el boxplot que t'imagines per a aquesta variable.

Problema 2.

Al llarg dels anys s'ha observat que el nombre d'exercicis setmanals d'estatus diferents que fan els estudiants d'una determinada assignatura fora de les classes segueix la següent distribució de probabilitat:

$X=x$	0	1	2	3	4	5	≥ 6
$P(X=x)$	0.1	0.25	0.25	0.15	0.15	0.1	0

Anomenarem X a la variable aleatòria “Nombre setmanal d'exercicis diferents d'estatus realitzats fora de classe”.

1. Quina és la funció de distribució de la variable X ? (1 pt)
2. Quina és la probabilitat que un alumne faci entre 2 i 4 exercicis diferents a la setmana? (1 pt)
3. I quina és aquesta probabilitat si sabem que l'alumne ha fet al menys dos exercicis? (1,5 pts)
4. Quin és el valor esperat i quina és la desviació estàndard d' X ? Com s'interpreten aquests valors? (2,5 pts)

5. Per quines raons es podria suposar que X segueix una distribució de Poisson? (1 pt)

En total hi ha 90 alumnes que fan l'assignatura i suposem que cadascun utilitza l'estatus independentment dels altres. Definim llavors una nova variable, X_{90} : "Nombre setmanal d'exercicis diferents d'estatus realitzats fora de classe per 90 alumnes"

6. Quins són el valor esperat i la desviació estàndard d' X_{90} ? (2 pts)

7. Sigui Y la variable 'Setmanes que falten per a l'examen'. Si suposem que X canvia en funció d' Y , quin signe seria d'esperar que tingués la correlació entre X i Y . Per què? (1pt)

Problema 3.

El servei d'informàtica d'un departament disposa d'una funcionalitat per recuperar continguts des d'un backup actualitzat cada dia. Eventualment, els usuaris del departament sol·liciten un backup, i s'ha observat que el procés pel qual es precisa de la funcionalitat *no té memòria*: és independent de l'usuari i del moment en que es demana. Se sap també que una quarta part dels usuaris sol·licita un backup en un període inferior a tres mesos des de la darrera petició.

Anomenarem T a la variable aleatòria “temps entre backups successius per al mateix usuari, en mesos”.

1. Justifiqueu que T segueix una llei exponencial de paràmetre λ i calculeu quant val λ . (1 pt)

Si no heu pogut trobar λ , pels següents apartats assumiu el valor 0.1.

2. Trobeu la desviació estàndard de T . (0.5 pt)
3. Calculeu la probabilitat que un usuari trigui entre 6 i 12 mesos a sol·licitar un backup. (1 pt)
4. Quina seria la probabilitat que un usuari demani en un any almenys dos backups? Amb quin model de probabilitat heu hagut de treballar en aquesta qüestió? (1.5 pt)
5. Si considerem 8 usuaris (independents entre sí), quina és la probabilitat que com a molt un d'ells necessiti del backup després d'un període superior a 12 mesos? Com abans, explicitau els models utilitzats. (1.5 pt)

Si tenim 50 usuaris independents del departament, doneu:

6. la distribució, valor esperat i desviació estàndard de la variable “nombre de backups demanats en 12 mesos”. (1 pt)

7. la distribució, valor esperat i desviació estàndard de la variable “nombre d’usuaris que precisen alguna vegada un backup durant un any”. (1 pt)

8. la probabilitat que, d’aquests 50, 40 o més precisin algun backup durant un any. Justifiqueu totes les passes de la resposta. (1.5 pt)

9. Representeu gràficament la distribució del punt 7, amb la probabilitat del punt 8. (1 pt)