Nom i cognoms **DNI:**

Problema 1. Hi ha pàgines web que es carreguen molt lentament. Hem observat que el 64% els usuaris prem el botó F5 d'actualitzar (**A**). Un cop actualitzada la pàgina, existeix una probabilitat del 0.805 que es carregui (**C**) ràpida i correctament , mentre que la probabilitat que la pàgina acabi de carregar-se correctament sense prémer cap botó és del 0.32.

Utilitzi A, ¬A, C i ¬C.

Pregunta 1: Probabilitat de que s'hagi carregat la pàgina si s'ha actualitzat abans?

$P(C|A) = 0.805$ (directe de l'enunciat)

Pregunta 2: Quina és la probabilitat d'actualitzar i que no es carregui la pàgina?

$P(A\cap\neg C) = P(\neg C\cap A) = P(\neg C|A)\ P(A) = 0.195*0.64 = 0.1248$

Pregunta 3: Quina és la probabilitat que la pàgina es carregui?

$$P\ (C) = P[(C\cap A)\cup(C\cap\neg A)] =$$
$$= P(C\cap A) + P(C\cap\neg A) =$$
$$= P(C|A)\ P(A) + P(C|\neg A)P(\neg A) =$$
$$= 0.805*0.64 + 0.32*(1 - 0.64) = 0.6304$$

Pregunta 4: Quina és la probabilitat d'haver actualitzat si la pàgina no s'ha carregat correctament? **(2p)**

$$P(A \mid \neg C) = P(A \cap \neg C)/ P(\neg C) =$$
$$= P(\neg C\cap A)/ P(\neg C) =$$
$$= P(\neg C|A)\ P(A) / P(\neg C) =$$
$$= P(\neg C|A)\ P(A) / [1-P(C)] =$$
$$= 0.195 * 0.64 / (1- 0.6304) = 0.1248/0.3696 = 0.3377$$

Pregunta 5: Si 3 amics intenten connectar-se a la vegada a una plana web, assumint independència, quina és la probabilitat de que els 3 la carreguin correctament?

$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = P(C_1)*P(C_2)*P(C_3) = P(C_i)^3 = 0.6304^3 = 0.250524$

Pregunta 6: De fet, tenim bastant si un dels 3 aconsegueix la connexió. Si definim èxit com "al menys 1 aconsegueix carregar la plana", quina és la probabilitat d'èxit? (2p)

$P(C_1 \cup C_2 \cup C_3) = 1 - P(\neg C_1 \cap \neg C_2 \cap \neg C_3) = 1 - P(\neg C_i)^3 = 1-(1-0.6304)^3 = 1 - 0.050489 = 0.949511$

Pregunta 7: Considerem ara només 2 companys, numerats '1' i '2'. Per valorar si la independència assumida al punt 5 és correcte, ¿quines probabilitats condicionades hem de comparar?

Hem de comparar $P(C_2|C_1)$ i $P(C_2|\neg C_1)$

O bé una de elles amb la global, p.e.: $P(C_2|C_1)$ i $P(C_2)$

Pregunta 8: Inventi una situació en la que aquesta independència NO es doni –tot donant les raons. Argumenti si ara la probabilitat de que aquests dos companys es connectin es més gran o més petita que assumint independència.

Opció A) Per exemple, podria ser que la probabilitat d'aconseguir connectar-se sigui més gran si el veí ho ha aconseguit (perquè indica que es un moment fàcil').

$P(C_2|C_1) > P(C_2)$

Ara $P(C_1 \cap C_2) = P(C_1)*P(C_2|C_1) > P(C_1)*P(C_2)$ Més gran, per tant

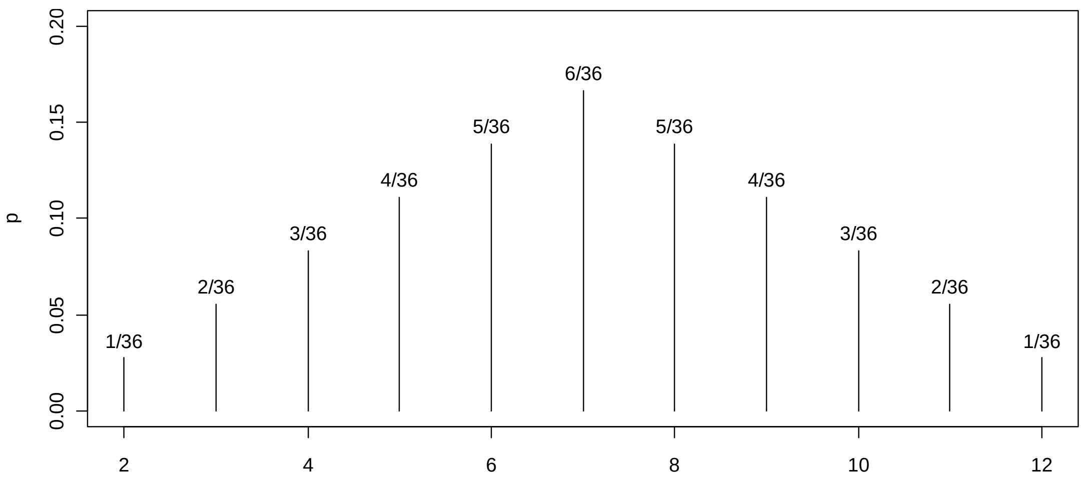
Opció B) Per exemple, podria ser que la probabilitat d'aconseguir connectar-se sigui més petita si el veí ho ha aconseguit (per que el company 'satura' el sistema).

$P(C_2|C_1) < P(C_2)$

Ara $P(C_1 \cap C_2) = P(C_1)*P(C_2|C_1)) < P(C_1)*P(C_2)$ Més petita, per tant

Solució problema 2

1. Es el problema de classe:



2.

	T \ G	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	
	2	5/36		1/36		5/36	11/36
	1		2/36		3/36		5/36
	0			6/36			6/36
	–1		3/36		2/36		5/36
	–2	4/36		1/36		4/36	9/36
		9/36	5/36	8/36	5/36	9/36	1

3. P(G=k | T<0) = P(G=k and (T=–1 or T=–2)) / P(T<0)

G	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
	4/14	3/14	1/14	2/14	4/14

4. E(T) = 0.1111... E(G) = 0, per simetria
5. E(T^2) = 2.5, V(T) = 2.487654, sigma = 1.577
6. Després de 100 tirades, en mitjana la fitxa seguirà cap endavant sense desviar-se lateralment, ja que la posició final serà {suma T, suma G}, i el valor esperat de la suma és 11.11 .. posicions cap endavant i 0 lateralment. No obstant això, les variàncies són molt importants: per a la T val 249 (15.77 posicions de desviació, endavant o endarrera), i per a la G és similar (227.78, stdev = 15.09), així que hi ha molta incertesa respecte a la posició final.
7.
   a. la probabilitat d'avançar és 16/36, així que el nombre de punts aconseguits és una B(n, 4/9)
   b. P ~ B(n, p=4/9). V(P) = npq > 25, n > 25· 9/4· 9/5 = 101.25. La resposta és 102
   c. E(P) = np > 50, n > 50· 9/4 = 112.5, almenys 113

Nom i cognoms **DNI:**

Problema 3.

(Tots els apartats puntuen igual)

S'ha estudiat la freqüència amb què en les aules de PC's de la FIB hi ha problemes en els ordinadors i queden fora de servei. S'ha determinat que en mitjana, en cada aula, 1 terminal s'espatlla cada 10 dies.

1) Quina és la probabilitat que, en una aula concreta, en un mes (4 setmanes= 28 dies) no hi hagi cap terminal fora de servei?

Indicació: trobeu primer la distribució de la variable 'terminals espatllats en un dia'.

X_{dia} nombre de terminals fora de servei al dia $\rightarrow X_{dia} \sim Poisson\ (\lambda = 0.10)$
X_{set} nombre de terminals fora de servei al mes $\rightarrow X_{mes} \sim Poisson\ (\lambda = 2.8)$
Aleshores, $P(X_{set} = 0) = exp(-2.8) = 0.06081$

2) I quina és la probabilitat que hi hagi 5 o més terminals espatllats al mes, en una aula concreta?

$P(X_{mes} \geq 5) = 1 - P(X_{mes} \leq 4) = 1 - 0.848 = 0.152$

3) Quin nombre màxim de terminals es poden espatllar al mes en una aula concreta amb una certesa del 95%?

$P(X \leq k) \geq 0.95 \rightarrow k=6$ $\quad (P(X \leq 5)=0.935,\ P(X \leq 6)=0.976$

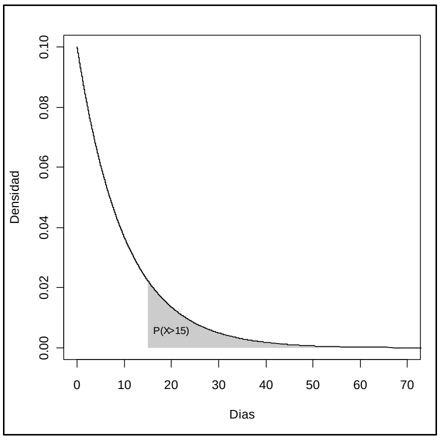
4) Es vol estudiar els dies que passen entre que un terminal i el següent queden fora de servei. Quina model de variable aleatòria ens ho permet estudiar?

D: dies entre dos terminals fora de servei $\rightarrow D \sim Exp(\lambda = 0.10)$

5) I quina és la probabilitat de passar més de 15 dies amb cap terminal fora de servei en una aula concreta?

$P(D>15) = 1 - P(D \leq 15) = 1 - (1- exp(-15*0.1)) = 0.22313$

6) Dibuixeu la funció de densitat de la variable aleatòria demanada al punt 4) (aproximadament) i representeu-hi la probabilitat demanada al punt 5).



Des del rectorat cal justificar les despeses, ara que estem en crisi. Es demana al Laboratori de Càlcul una estimació de la freqüència amb què s'espatllen els terminals d'una aula concreta durant un curs acadèmic (suposeu que un curs acadèmic té 270 dies).

7) Doneu la distribució de la variable nombre de terminals espatllats en una aula concreta durant el curs acadèmic, la seva mitjana i la seva variància.

$Y = \sum_{i=1}^{270} X_{dia\_i}$ ~ Poisson(270*0.1)=Poisson(27)

$E[X_{dia}]=27$, $Var[X_{dia}]=27$

8) Calculeu la probabilitat de que s'espatllin més de 30 terminals durant el curs acadèmic.

Podem aproximar la Poisson pel TCL:

$Y \sim N\left(270 * 0.1, \sqrt{270 * 0.1}\right) = N(27{,}5.20)$

$P(Y>30)=1-P(Y\leq 30)=1-P(Z\leq (30-27)/5.20)= 1-P(Z\leq 0.57735)=1-0.7190=0.281$

**en las tablas, entrada para z=0.58*

Les tasques de manteniment d'un ordinador d'una aula concreta suposen un cost econòmic que s'ha determinat que es distribueix Normalment, amb mitjana 35 euros/mes i desviació 8 euros/mes.

9) Trobeu entre quins dos valors, centrats a la mitjana, contenen amb probabilitat 90% el cost de manteniment possible per a un ordinador i un mes.

Els percentils del 5% i del 95% són:

$P(Z\leq q)=0.05 \rightarrow a=-1.64$

$P(Z\leq p)=0.95 \rightarrow b=1.64$

Aquests valors estarien en l'escala centrada i reduïda:

$a1=35-1.64*8=21.88$

$b1=35+1.64*8=48.12$

10) Un ajudant assumeix el manteniment de 20 ordinadors. Si la seva feina excedeix d'un cost equivalent de 800 euros/mes llavors ha de registrar el mes com "complicat". Quina és la probabilitat que un mes sigui "complicat" per a un ajudant?

W=suma de cost de 20 ordinadors = $N\left(20 * 35, \sqrt{20} * 8\right) = N(700{,}35.77)$

$P(W > 800) = 1-P(W\leq 800) =1-P(Z\leq (800-700)/35.77) = 1-P(Z\leq 2.80)= 1-0.9974= 0.0026$