

NOM: \_\_\_\_\_

Poseu el nom. Contesteu en el seu lloc reservat. Explíciteu i justifiqueu passos i càlculs.

**Problema 1 (B1 i 2)**

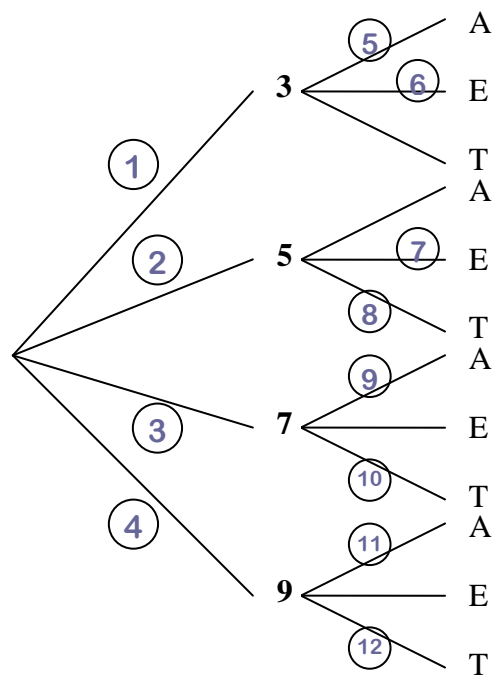
La puntuació va segons l'apartat. 13 punts equival a un 10

El Treball Final d'Estudis a Hogwarts (el col·legi on va estudiar Harry Potter) té tres possibles especialitats que l'alumne pot escollir: A: Arts Oscures; E: Encanteris; T: Transformacions, i la qualificació final pot ser 3 (suspès), 5 (aprovat), 7 (notable) o 9 (excel·lent). Com que el col·legi mai ha canviat el seu pla d'estudis disposa de molta informació dels resultats obtinguts en el passat, resumits a aquesta taula (valors relatius a 1000 treballs):

	3	5	7	9
A	36	184	45	25
E	10	60	94	136
T	38	80	238	54

Preg. 1) Ompliu la taula següent, d'acord amb les probabilitats indicades a la figura de la dreta (amb nombres dins d'un cercle). Poseu les probabilitats en forma de fracció. (3 pts)

	Forma algebraica	Solució
1	P( )	
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		



Preg. 2) Sabem d'un alumne que ha tret en el seu Treball Final d'Estudis un 7 almenys. Quina és la probabilitat que no hagi escollit Encanteris? (1 pt)

Preg. 3) Quina és la nota mitjana dels alumnes en el Treball Final d'Estudis? I si només prenem els que aproven? (1 pt)

Preg. 4) Suposem que un alumne no ha aprovat. Quina és l'especialitat que més probablement va escollir, i perquè? (1 pt)

Preg. 5) Calculeu el valor esperat, la variància i la desviació estàndar de la qualificació a alguna de les especialitats disponibles. (2 pts)

Preg. 6) Per a aquesta mateixa especialitat, representeu tabular i gràficament la funció de probabilitat i la funció de distribució. (1 pt)

Preg. 7) El col·legi utilitza un índex  $I = 100 \times (Q - 3) / 6$ , on  $Q$  és la qualificació descrita anteriorment i que pot prendre els valors 3, 5, 7, i 9. Què valen  $E(I)$  i  $V(I)$ ? Per respondre no cal construir la funció de probabilitat de l'índex  $I$ . (2 pts)

Preg. 8) Justifiqueu que la qualificació al Treball Final no és independent de l'especialitat que segueix l'alumne. Feu una interpretació que es derivi d'aquest fet. (2 pts)

NOM: \_\_\_\_\_

Poseu el nom.      Contesteu en el seu lloc reservat.      Expliciteu i justifiqueu passos i càlculs.

**Problema 2 (B3 i 4)** Totes valen igual.

Els estudiants amb notable a la nota final tarden en resoldre els problemes d'estatus un temps variable amb una esperança de 20'. Contesteu les següents preguntes assumint que la seva variabilitat la podem modelar mitjançant:

X: una distribució Normal amb una desviació típica de 5';

Y: una exponencial; i

Z: una uniforme amb un límit inferior de 5'.

Dona els valors de les desviacions típiques de la exponencial Y i la uniforme Z:

1. Y

2. Z

Per cada distribució de probabilitat, amb una garantia del 95%, podem assegurar que el temps serà inferior a...?

3. X

4. Y

5. Z

Aquests alumnes fan uns 50 problemes per curs i es vol estudiar el temps total empleat. Doneu les distribucions (amb esperances i variàncies) resultants en els 2 primers casos (X, Y)

6.  $SUM_{50}(X)$

7.  $SUM_{50}(Y)$

Pels 2 primers, entre quins 2 valors simètrics oscil·la el temps total que necessita el 95% central dels estudiants

8. X

9. Y

D'altra banda, hem recollit el temps de 6 problemes i aquest ha estat 3, 5, 7, 21, 38 i 58.

10. Calculi la mitjana

11. Calculi la desviació tipus.

12. Mirant les dades, la mitjana i la desviació tipus, quina distribució (Normal, Expon. o Unif.) creu més raonable?

Faci l'IC80% de la mitjana poblacional

13. Estadístic, distribució i premisses necessàries (1p)

14. Càlcul i interpretació

Faci l'IC90% de la variància poblacional.

15. Estadístic, distribució i premisses necessàries

16. Càlcul

17. Si volem obtenir un IC95% de la mitjana del temps que tingui una amplitud total (de límit superior, LS, a inferior, LI) que sigui la meitat de la desviació tipus, quants casos haurem de recollir? Assumiu  $\sigma$  coneguda

D'altra banda, s'ha observat que només 1% dels alumnes no tenen cap errada en e-status. Si tenim 171 alumnes

18. Quin és el model exacte de distribució i els paràmetres de la variable  $R \sim$  "nombre d'alumnes amb cap fallo?"

19. Quina és la probabilitat exacte de no trobar cap alumne amb cap fallo?

20. Aproximi la solució del punt 19 amb la distribució de Poisson.

**NOM:** \_\_\_\_\_

Poseu el nom. Contesteu en el seu lloc reservat. Explíciteu i justifiqueu passos i càlculs.

### Problema 3 (B5 i 6)

Totes les preguntes valen 1 punt excepte les preguntes 2 i 7 que valen 2 punts

Una enquesta passada al mateix col·lectiu de professionals en dues universitats diferents (A i B) ha obtingut que aquests professionals han invertit en la seva formació (Grau + Master + Doctorat) en promig 13 anys a la Universitat A amb una desviació tipus de 1.2 anys mentre que a la Universitat B han estat 14 anys amb una desviació tipus de 1.5 anys. Es vol verificar si els temps en formació en ambdues universitat és igual o diferent, tenint en compte que el nombre d'enquestats ha estat 61 a cada universitat.

**Pregunta 1:** Plantegeu la prova d'hipòtesi adient per verificar si la variabilitat en la seva formació és similar en ambdues universitats, especificant:

Hipòtesis (indicar si la prova és unilateral o bilateral):

Estadístic:

Distribució de l'estadístic:

Càlcul del valor de l'estadístic i del p\_valor (i la seva representació gràfica):

**Pregunta 2:** Plantegeu i resoleu la prova d'hipòtesi mitjançant l'interval de confiança per verificar si en promig la seva formació és similar en ambdues universitats, especificant:

Hipòtesis (indicar si la prova és unilateral o bilateral):

Estadístic:

Distribució de l'estadístic:

Càlcul de l'interval de confiança al 95%:

**Pregunta 3:** A partir dels resultats de les preguntes 1 i 2 doneu les conclusions, interpretació i comentari global.

- El col·lectiu de la Universitat A vol verificar si les notes que vam treure els estudiants al Grau eren equivalents o no a les notes obtingudes al Màster. Tot aquest col·lectiu ha realitzat el Grau i Màster a la mateixa universitat i s'ha observat que:

N (nombre d'estudiants) = 81

Mitjanes obtingudes en el Grau i Màster: 6.6 i 7.1 respectivament

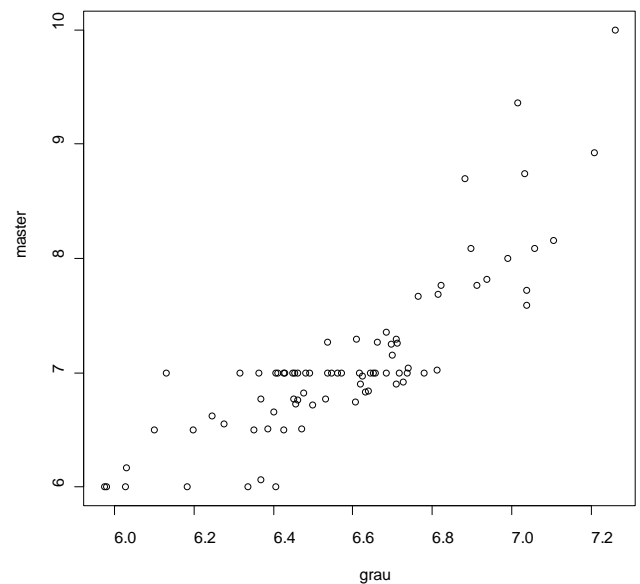
Variàncies obtingudes en el Grau i Màster: 0.08 i 0.53 respectivament

Correlació entre les notes de Grau i Màster: 0.85

**Pregunta 4:** Ajusteu una recta de regressió que permeti predir les notes obtingudes al Màster en funció de les notes obtingudes al Grau, calculant els següents valors i dibuixant la recta damunt de la figura 1:

**b0:**

**b1:**



**Pregunta 5:** Plantegeu la prova d'hipòtesis adient per detectar si el pendent és significatiu o no amb un risc del 5% (la variancia residual  $s^2=0.3914^2=0.15$ )

Informació addicional:

$$qt(0.975,80)=1.99$$

$$qt(0.95,80)=1.66$$

$$qt(0.025,80)=-1.99$$

$$qt(0.05,80)=-1.66$$

**Pregunta 6:** Doneu el valor del coeficient de determinació  $R^2$  i interpretar-lo

**Pregunta 7:** Doneu una predicció de quina serà, en promig, la nota de Màster pels estudiants que al Grau varen obtenir un 6.5 així com el seu interval de confiança al 95%

Predicció:

Interval de confiança (la variancia residual  $s^2=0.3914^2=0.15$ ):

**Pregunta 8:** Indiqueu quines premisses s'haurien de verificar per validar el model, quins dels següents gràfics les validen i quins no. Justifiqueu la vostra resposta

