

NOM: \_\_\_\_\_

PE Q1 2011-12. EXAMEN FINAL 20 de gener de 2012  
(Poseu el nom i contesteu cada pregunta en el seu lloc reservat.  
Expliciteu i justifiqueu els càlculs en les respostes)

**Problema 1**

Durant alguns anys un professor d'estadística a la FIB ha estudiat el nombre de consultes per part dels estudiants al llarg dels quadrimestres. La informació recollida la resumeix en forma de la taula següent on  $X$  i  $Y$  son les variables:

- $X$ : Setmana abans d'una prova d'estadística important ( $X = 0$ , No;  $X = 1$ , Sí).
- $Y$ : Nombre d'estudiants que li fan setmanalment almenys una consulta al professor.

La taula presenta les probabilitats conjuntes de les dues variables:

$P(X \cap Y)$	$X = 0$	$X = 1$
$Y = 0$	0,36	0
$Y = 1$	0,24	0,02
$Y = 2$	0,12	0,08
$Y = 3$	0,03	0,1
$Y = 4$	0	0,05

a) (1 punt)

Doneu les distribucions marginals d' $X$  i d' $Y$ .

b) (1 punt)

Doneu les distribucions condicionades d' $Y$  donat  $X = 0$  i  $X = 1$ , respectivament

c) (1 punt)

Podem suposar independència entre ambdues variables? Raoneu la resposta.

d) (0.5 punts)

Si  $X = 0$ , quina és la probabilitat que almenys dos alumnes li facin una consulta en una setmana?

e) (1.5 punts)

Si el professor ha rebut consultes d'almenys dos alumnes, quina és la probabilitat que estem en una setmana sense proves d'estadística?

f) (1.5 punts)

Suposant que el valor d' $Y$  d'una setmana sigui independent del valor de la setmana anterior, llavors, si  $X = 0$ , quina és la probabilitat que en dues setmanes rebí com a màxim una sola consulta?

g) (1.5 punts)

Si estem en èpoques d'exàmens, quin és el valor esperat i quina és la desviació estàndard d' $Y$ ? Com s'interpreten aquests valors?

h) (2 punts)

Suposem que en un quadrimestre hi ha 12 setmanes sense prova d'estadística important. Quina és la distribució de la variable  $Z$ : 'Nombre de setmanes en un quadrimestre amb almenys una consulta dels estudiants, sabent que no hi hagut cap prova d'estadística important'? Quant valen  $E(Z)$  i la desviació estàndard de  $Z$ ?

NOM: \_\_\_\_\_

**(Poseu el nom i contesteu cada pregunta en el seu lloc reservat. Expliciteu i justifiqueu els càlculs en les respostes)**

**PROBLEMA 2**

A. Un examen d'una assignatura en un centre educatiu te una taxa mitjana d'aprovat per convocatòria de 0.06

A1. **(0.5 punts)**. Quina distribució segueix el nombre d'aprovat, si només disposeu de la taxa mitjana d'aprovat? Justifiqueu la vostra resposta

A2. **(1.5 punts)**. Quina és la probabilitat que aprovin 1 o mes estudiants?

B. Un examen d'un altra assignatura del mateix centre educatiu, a la que es presenten tots els estudiants (n=100) te una proporció històrica d'aprovat del 30%

B1. **(1 punt)**. Doneu l'esperança i variància de la variable nombre d'aprovat. Quina distribució de probabilitat segueix aquesta distribució? Doneu la distribució exacta així com la seva aproximació per valors de n grans. Justifiqueu la vostra resposta

B2. **(1.5 punts)**. Calculeu quina és la probabilitat de que si es presenten 20 estudiants, aprovin entre 4 i 6, tenint en compte que és manté la proporció d'aprovat (Utilitzeu la distribució Binomial)

- C. Per tenir una primera estimació de la nota mitjana de l'examen del punt B, es va prendre una mostra aleatòria de 20 exàmens i es van obtenir els següents resultats:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 150 \qquad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 1163$$

C1. **(2 punts)**. Calculeu un IC del 95% per a la mitjana assumint que les dades segueixen una distribució Normal

C2. Estudis realitzats en assignatures similars a aquestes d'altres anys indiquen que la nota mitjana és 6.5. Utilitzeu la mostra disponible per posar a prova si els estudiants d'aquesta assignatura formen part d'aquesta població. Seguiu els següents passos:

a) **(0.5 punts)**. Plantegeu la prova d'hipòtesi. Digueu si és unilateral o bilateral i el per què

b) **(1.5 punts)**. Calculeu l'estadístic i digueu la seva distribució sota  $H_0$

c) **(1.5 punts)**. Quin és el valor que utilitzareu per decidir si l'estadístic anterior permet rebutjar la hipòtesi nul·la amb un risc alfa del 5%? Hi ha evidència per rebutjar-la?

NOM: \_\_\_\_\_

(Poseu el nom i contesteu cada pregunta en el seu lloc reservat. Explíciteu i justifiqueu els càlculs en les respostes)

### Problema 3.

En una empresa els ordinadors personals tenen instal·lades dues marques d'antivirus. Les variables que compten el nombre de fitxers examinats per minut les designarem per X i Y respectivament per cadascuna de les dues marques. Admetrem que aquestes variables segueixen una distribució normal amb la mateixa variància.

**A.-** Per una part, s'escullen a l'atzar 10 ordinadors amb cadascun dels antivirus (i amb igualtat d'altres condicions) i es mesuren X i Y per tal de posar a prova si el seu comportament mitjà és igual o no:

X: 221 234 267 216 482 308 395 264 386 314       $\sum x_i = 3087$        $\sum x_i^2 = 1022043$   
Y: 335 353 431 413 262 303 306 402 338 295       $\sum y_i = 3438$        $\sum y_i^2 = 1210126$

A1.- (0.5 punts) Calculeu les mitjanes i desviacions de les variables X i Y corresponents a les dues marques

A2.- (0.5 punts) Es tracta d'un disseny 'aparellat' o 'independent'? Raoneu la resposta

A3.- (2 punts) Plantegeu la prova per concloure si les mitjanes de X i Y són iguals o no indicant:

- Hipòtesis, estadístic i premisses

- Càlcul de l'estadístic i el punt crític

- IC per la diferència de mitjanes

- Conclusió i interpretació global de la prova anterior

**B.-** Per altra part, es decideix fer un estudi a 10 ordinadors escollits a l'atzar, on a cadascun es mesura X i Y de les dues marques assegurant que es passen els dos antivirus a cada ordinador en les mateixes condicions:

X: 230 341 261 309 275 367 317 272 298 317       $\sum x_i = 2987$        $\sum x_i^2 = 906863$   
Y: 252 347 303 321 339 398 325 267 360 412       $\sum y_i = 3324$        $\sum y_i^2 = 1128346$        $\sum x_i y_i = 1007383$   
D: -22 -6 -42 -12 -64 -31 -8 5 -62 -95       $\sum d_i = -337$        $\sum d_i^2 = 20443$

B1.- (2 punts) Plantegeu la prova per concloure si les mitjanes de X i Y són iguals o no indicant:

- Hipòtesis, estadístic i premisses

- Càlcul de l'estadístic i el punt crític

- IC per la diferència de mitjanes de velocitat

- Conclusió i interpretació global de la prova anterior

B2.- (5 punts) A partir de les dades d'aquesta prova B es decideix estudiar la relació lineal entre X (predictora) i Y (resposta).

- Covariància i correlació entre X i Y

- Estimeu puntualment els coeficients de la recta de regressió i expliqueu què signifiquen

- Ompliu la taula de descomposició de la variabilitat i calculeu i interpreteu el coeficient de determinació  $R^2$

	SQ	Graus de llibertat (Gdl)	QM = SQ/Gdl	Rati
<b>Explicada pel model</b>				
<b>Residual</b>				
<b>Total</b>				

- Poseu a prova si el pendent val 1 o no, indicant les hipòtesis, l'estadístic i el seu càlcul, i la conclusió i interpretació

- Valoreu les premisses amb els següents gràfics d'anàlisi de residus

