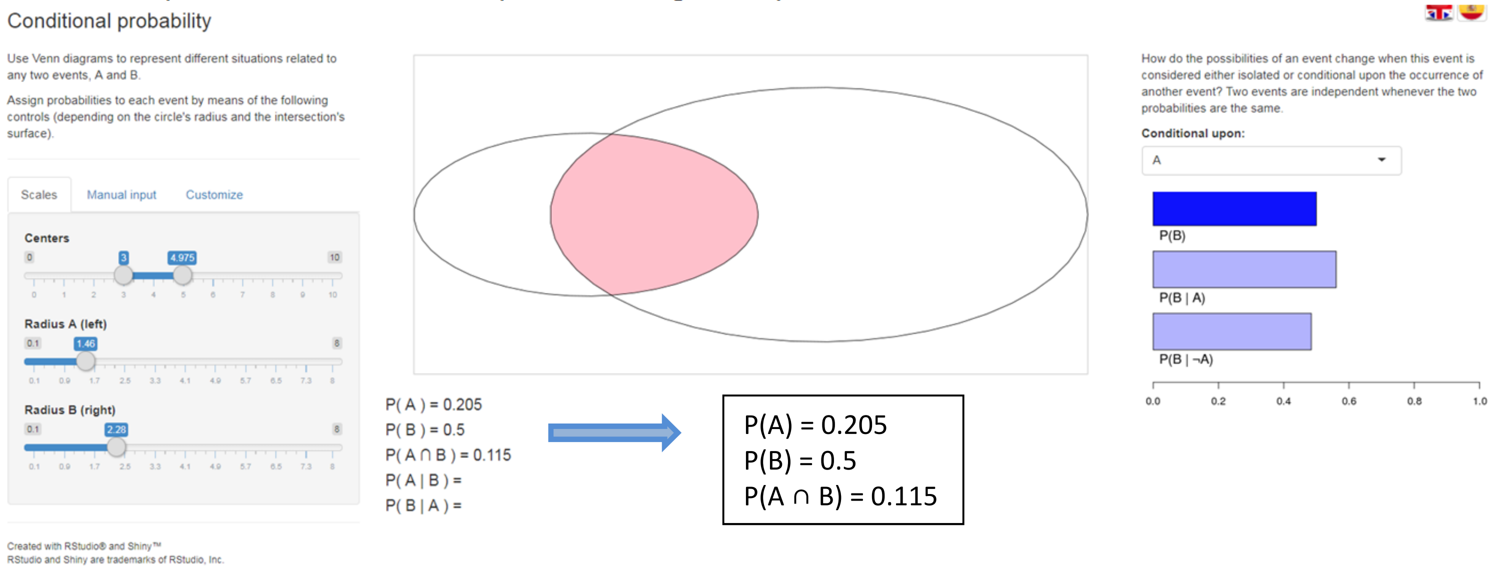
NOM:____________________________COGNOM:____

Problema 1 (B1)

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Raoneu les respostes o Expliciteu i justifiqueu els càlculs)

1. Imagini 2 esdeveniments A i B que representen respectivament una certa realitat i el seu indicador o "xivato". P.e., A és el fet que un determinat dispositiu tingui una avaria, i B un algorisme que classifica un funcionament erroni del dispositiu com a averia del tipus d'A.. La figura esquematitza la situació.



a) (1p) Calculi P(A|B)

b) (1p) Calculi P(B|A)

c) (2p) En una situació ideal, A i B coincidirien plenament. Com serien aleshores els esdeveniments A i B, dependents o independents?

d) (2p) En quina situació $P(A|B)$ i $P(B|A)$ serien iguals?

e) (2p) En quina situació pot passar que $P(A|B) = P(A\cap B)$?

f) (2p) Darrera l'algorisme que classifica en B i B^C (B^C equival a $\neg B$) hi ha un indicador numèric, de forma que podem escollir el punt de tall per aconseguir que el 50% dels casos siguin classificats com a B [$P(B)=P(B^C)=0.5$].
Els nostres clients donem més importància a minimitzar $P(A|B^C)$ ["trobar casos que tenen realment una avaria (A) dins del classificats com a no avariats (B^C)"] que a minimitzar $P(A^C|B)$ ["trobar casos que no tenen avaria (A^C) tot i haver estat classificats com a avariats (B)"]. Definim 2 zones d'interès (per la seva conflictivitat): $A\cap B^C$ i $A^C\cap B$. Si prioritzem minimitzar $P(A|B^C)$ sobre minimitzar $P(A^C|B)$, quina de les dues zones conflictives [$A\cap B^C$ o $A^C\cap B$] convindria que tingués una probabilitat més petita?

NOM:___________________________COGNOM:____

Problema 2 (B2)

(***Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs***)

El nombre de CPUs que necessiten 2 processos **independents** per executar-se són 2 variables aleatòries (X_1 i X_2) que depenen dels paràmetres d'entrada que rep cada procés. Ambdues variables aleatòries tenen la mateixa funció de probabilitat:

Funció de probabilitat	**Nombre de CPUs requerides**			
Variable aleatòria	**1**	**2**	**3**	**4**
$\mathbf{X_1}$	0.4	0.3	0.2	0.1
$\mathbf{X_2}$	0.4	0.3	0.2	0.1

1) Calcula l'esperança i la variància del nombre de CPUs requerides per **un** procés (1 punt)

2) Escriu la funció de probabilitat conjunta de X_1 i X_2 (1 punt)

3) Digues quin és el valor de les següents probabilitats: $P(X_1 = 1|X_2 = 1)$, $P(X_1 = 1|X_2 = 2)$, $P(X_1 = 1|X_2 = 3)$ i i $P(X_1 = 1|X_2 = 4)$ (1 punt)

4) Quina és la probabilitat de que el nombre de CPUs emprades pel 2n procés (X_2) sigui superior a les emprades pel procés 1 (X_1)? (1 punt)

5) Definim les següents variables aleatòries:
m: "nombre de CPUs <u>mínim</u> emprades per algun dels 2 processos"
M: "nombre de CPUs <u>màxim</u> emprades per algun dels 2 processos"
Escriu la funció de probabilitat conjunta de *m* i *M*. (1 punt)

6) En un moment concret, hi ha 2 màquines amb 2 i 3 CPUs lliures disponibles per executar els processos de l'enunciat. Malauradament, no sabem si aquest nombre de CPUs disponibles serà suficient per poder-los executar: per augmentar-ne les probabilitats, el procés que requereix menys CPUs sempre s'assigna a la màquina que té 2 CPUs lliures i el procés que requereix més CPUs s'assigna a la màquina que té 3 CPUs lliures (en cas d'empat s'assignen aleatòriament). Calcula la probabilitat que es puguin executar els 2 processos en aquestes dues màquines. (1 punt)

7) Digues sense fer cap càlcul si les variables aleatòries m i M són independents i argumenta-ho. (1 punt)

8) Calcula la covariància de m i M i **interpreta-la**. Pista: $E(m \cdot M) = 4$ (1 punt)

9) Quant val la variància de $M–m$? (2 punts)

NOM:__________________________COGNOM:____

Problema 3 (B3)

(*Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu totes les respostes*)

"Tangoo" és un robot del tipus netejador-aspirador, i un equip d'investigadors està analitzant les seves funcionalitats. Per la detecció d'obstacles utilitza una sèrie de sensors: si n'hi ha un al davant, un sensor el detecta amb probabilitat 0.7; per aquesta raó el robot implementa una regla de majories per prendre decisions.

1. Es consideren dues opcions: a) <u>cinc sensors</u>, i reaccionar quan almenys tres detectin un obstacle; b) <u>sis sensors</u>, i reaccionar quan quatre o més detectin un obstacle. Els sensors operen independentment entre sí. Quina de les dues opcions donarà major probabilitat de detecció d'obstacles i per tant millor funcionament? (*Pista: trobeu models probabilístics adients per a cada opció*) (2 pts)

En condicions habituals, el robot ha d'interrompre les operacions per causa de brutícia que s'acumula als elements òptics o mòbils. S'ha determinat que les interrupcions ocorren 1 vegada cada 30 hores (suposem que és un procés poissonià).

2. El robot neteja durant tres hores cada dia. Quina probabilitat hi ha d'interrompre la neteja un dia qualsevol, almenys una vegada? (1.5 pt)

3. Descriu un model de probabilitat per una variable que determini el nombre de dies consecutius que "Tangoo" neteja fins que un dia s'ha d'interrompre. Quin és el nombre esperat d'aquesta variable? (1.5 pts)

4. Troba la probabilitat que el robot netegi sense interrupcions durant més de 50 hores de treball. (1 pt)

Ara tractarem de la bateria del robot. El temps de càrrega segueix una distribució Normal, amb mitjana 150 minuts i desviació tipus 40 minuts.

5. Calcula la probabilitat que la bateria es carregui en menys de dues hores. (1 pt)

6. Quin temps és el màxim (en 9 de cada 10 dies) que pot necessitar el robot per carregar completament la bateria? I quin seria el mínim (també, 9 de cada 10 dies)? (1.5 pts)

7. Si cada dia el robot carrega una vegada, digues quina és la probabilitat que empri més de 20 hores en carregar la bateria durant una setmana. És important assumir que els temps de càrrega diaris són independents entre sí? És important assumir que a un dia el temps segueix una distribució Normal? (1.5 pts)