

Problema 1.

A. En una ciudad existen dos fábricas de componentes electrónicos, y ambas fabrican componentes de calidad A, B y C. En la fábrica F1, el porcentaje de componentes que se fabrican de calidad A es del 80%, de calidad B del 5%, y de calidad C del 15%. En la fábrica F2, esos porcentajes son a, b y c.

A.1 Dar una expresión general de la proporción de componentes de calidad A que fabrican entre las dos fábricas. (1 punto)

A.2 Sabiendo que $a=92\%$, y que el porcentaje de componentes de calidad A fabricados entre ambas fábricas es del 89%, ¿cuál es el porcentaje de la producción total de cada fábrica? ¿Qué fábrica produce más? (1 punto)

A.3 Si el porcentaje de componentes de calidad B en toda la ciudad es del 5%, ¿qué valores toman b y c? (2 puntos)

A.4 De entre las componentes que se fabrican en la ciudad de calidad C, ¿cuál es la proporción que fabrica F2? (2 puntos)

B. En una zona determinada, el negocio de telefonía móvil se reparte entre dos únicas compañías, A y B. La mayoría de los usuarios pertenecen a la compañía A (60%). Estas compañías, además, sólo comercializan dos marcas de teléfono, M1 y M2. La compañía A ofrece estas dos marcas en igualdad de condiciones, por lo que la probabilidad de tener un terminal de la marca M1 en la compañía A es de 0.50 (cada usuario sólo puede tener un terminal). La compañía B, sin embargo, ha conseguido unas condiciones más ventajosas de la marca M1, con lo que la probabilidad de tener un terminal de la M1 si se es usuario de compañía B es de 0.8.

Por otro lado, se sabe que la probabilidad de un corte en la comunicación durante una llamada (C) es de 0.05 para los usuarios con un móvil de la marca M1 (independientemente de la compañía a la que pertenezcan). Para los usuarios de la marca M2, la probabilidad de un corte en la llamada depende de la compañía a la que se pertenece: p_1 si es de la compañía A, p_2 si es de la compañía B.

B1. Dibujad el árbol de esta experiencia aleatoria y sus probabilidades. (1 punto)

B.2 Se conoce que la probabilidad de un corte en la llamada es de 0.1 para los usuarios de la compañía A y de 0.15 para los usuarios de la compañía B. Calcular la probabilidad de C. (1 punto)

B.3 Se sabe que a un usuario de la marca A se le ha cortado la comunicación, ¿cuál es la probabilidad de que disponga de un teléfono de la marca M1? (1 punto)

B.4 Calcular la probabilidad p_1 de un corte durante una llamada para un usuario de la compañía A con un móvil de la marca M2. (1 punto)

Problema 2. *A tots els apartats, justifiqueu les respostes, explicant el passos. Tots velen igual=1p*

Per millorar l'aplicació per matricular-se a la FIB, volem estudiar si el nombre d'assignatures no superades el Q anterior (X) ajuda a predir el nombre d'assignatures que es volen matricular (Y). La taula dona les probabilitats conjuntes.

1. Dona les probabilitats marginals de X i de Y.

Y= Matriculades

		2	3	4	5	
X= No superades	0	0	0	0.1	0.1	
	1	0	0.1	0.1	0.1	
	2	0.1	0.1	0.1	0	
	3	0.1	0.1	0	0	

2. Sabem que la $E(X)=1.5$ i $V(X)=1.05$, raona, sense calcular, els valors de $E(Y)$ i $V(Y)$
3. Quin nombre de assignatures matriculades cal esperar per a un estudiant que les hagi superat totes?
4. Calcula la covariància i la correlació.

5. El fet de conèixer el valor de X en el moment de fer la inscripció, aporta informació sobre el valor de Y ?

6. Creus que el model de Poisson podria ser una bona aproximació per la Y ?

7. El temps de resposta (en minuts) del sistema fins confirmar la matriculació es pot representar raonablement amb un model de probabilitat amb una $F(t) = 1 - e^{-t}$ per a $t > 0$. Si volem garantir un temps de resposta que es compleixi en un 95% de les sol·licituds, quin seria?

En canvi, pel temps dels estudiants per omplir l'aplicació ens han suggerit utilitzar un model de probabilitat amb una $F(t) = (t^2 - t)/8$ per a $1 \leq t \leq 3$.

8. Creus que aquesta funció pot ser una F_x (Funció de distribució de probabilitat)

9. Dona el valor de $F_{1.5}$: Quina probabilitat hi ha de trigar 1.5 hores o menys?

- 10.** Troba el valor $t|F(t)=0.5$: Quin valor ocupa el percentil 50?

Problema 3. *A tots els apartats, justifiqueu les respostes, explicant quines distribucions de probabilitat heu utilitzat.*

Considerem un Buscador de internet que treballa segons una arquitectura distribuïda: disposa de 8 centres, cadascú amb 16 servidors, que són els que fan el treball de computació i que actuen independentment. El nombre de processos que estan oberts en un servidor en un moment donat (X) es pot aproximar per una distribució $N(\mu=130, \sigma=40)$. Quan el nombre és 200 o més gran, el servidor envia un senyal per indicar que es troba en situació *crítica* i no pot assumir temporalment més tasques.

- (a) Representa gràficament la distribució de la variable *nombre de processos*, marcant clarament l'esperança i la regió *crítica*. Calcula la probabilitat que un servidor determinat estigui en situació *crítica*. **(1 pt)**
- (b) Observem un servidor: probabilitat que aquest tingui entre 120 i 140 processos oberts. **(1 pt)**
- (c) Prenem un servidor a l'atzar de cada centre, i fem la mitjana dels processos oberts de tots ells. Probabilitat que aquesta mitjana es trobi entre 120 i 140. **(1.5 pt)**
- (d) Quina és la distribució del *nombre de servidors en estat crític a un centre determinat*? Justifica la resposta. Troba la probabilitat que hi hagi exactament 1 en un moment donat. **(2 pt)**

(e) Contesta ara amb la distribució del *nombre de servidors en estat crític a tots els centres*. Calcula la probabilitat (exacta) que hi hagi més de 2 servidors en un moment donat (és necessari detallar el càlcul). **(2 pt)**

(f) Novament: distribució del nombre de servidors en estat crític a tots els centres, utilitzant una aproximació. Si en coneixes més d'una possibilitat, ordena-les de millor a pitjor.

Una altra vegada: probabilitat que hi hagi més de 2 servidors en un moment donat, mitjançant l'aproximació o aproximacions anteriors (si apuntes més d'una, és suficient amb la millor).

Troba (amb taules) un límit del màxim nombre de servidors en situació crítica, amb un error del 5%. **(2.5 pt)**