

Nom: _____

Problema 1 (B1)

Una empresa d'informàtica rep una peça dels seus ordinadors de tres proveïdors diferents: A, B i C. Aquesta peça pot tenir algun defecte. Les respectives probabilitats es troben a la taula següent, on D indica que la peça té un defecte i $\neg D$ que no en té cap.

	A	B	C
D	0,03	0,05	0,02
$\neg D$	0,97	0,95	0,98

(a) (0.5 punts)

Les probabilitats a la taula són probabilitats condicionades o conjuntes? Raoneu la resposta.

(b) (0.5 punts)

Són independents les variables 'Proveïdor' i 'Defecte'? Raoneu la resposta.

(c) (1.5 punts)

Se sap que meitat de les peces provenen del proveïdor A i que B proveeix el doble de peces que C. Per tant, quina és la probabilitat que una peça qualsevol tingui un defecte?

(d) (0.5 punts)

Quina és la probabilitat que una peça qualsevol tingui un defecte i sigui del proveïdor A?

Nom:

(e) (1.5 punts)

Si trobem una peça amb defecte, quina és la probabilitat que sigui del proveïdor B?

(f) (1.75 punts)

Donada una peça que no és del proveïdor B, quina és la probabilitat que tingui un defecte?

(g) (1.75 punt)

Ens porten dues peces de forma independent. Quina és la probabilitat que (exactament) una tingui un defecte?

(h) (2 punts)

Si sabem que (exactament) una de les dues peces té un defecte, quina és la probabilitat que les dues peces siguin del proveïdor C?

Problema 2 (B2)

Al laboratori d'Arquitectura de Computadors s'estudia un processador que permet solapar instruccions. Inevitablement, alguns parells d'instruccions consecutives no es poden solapar, i es produeix un retard afegit. A continuació teniu la funció de distribució del nombre de cicles de retard per instrucció per aquesta causa, de la que sabem que el seu valor esperat és 2,55:

0	0,21
1	x
2	0,67
4	0,76
6	0,92
8	1,00

1. Trobeu el valor de la incògnita x , detallant les passes que feu. Dibuixeu també la funció de probabilitat d'aquesta variable aleatòria. (2pts)

Considerem ara un cas particular de dues instruccions consecutives i els respectius retards. Sigui X_1 la primera instrucció (files) i X_2 la segona (columnes), i aquesta la seva funció de probabilitat conjunta:

X_1 / X_2	0	1	2	4	6
0				0,01	0,05
1		0,01	0,08	0,11	0,10
2	0,03	0,09	0,10	0,05	0,06
4	0,07	0,14	0,04	0,01	
6	0,05				

2. En primer lloc, es demana calcular la probabilitat que la primera instrucció es retardi més cicles que la segona. (1pt)
3. Si es sap que entre ambdues instruccions s'ha comptat un total de 6 cicles de retard, quant val ara la probabilitat del mateix esdeveniment? (1pt)
4. Es vol calcular la correlació entre X_1 i X_2 . Coneixem els respectius valors esperats (2,3 i 2,66) i les respectives variàncies (4,4844 i 2,29).
- Primer, trobeu la distribució de probabilitat (p_x) per a la suma de cicles de retard per a les dues instruccions (X_1+X_2).
 - Després, trobeu l'esperança i variància de la suma anterior.
 - Finalment digueu quant valen la covariància i la correlació.
 - Interpreteu el valor que heu trobat. (1pt/apartat)

L'estudi inclou la mesura del temps real que la instrucció triga en executar-se (anomenarem T a aquesta V.A.). S'ha trobat que la següent funció serveix molt bé com a funció de distribució de T: $F_T(t) = a + b \cos^t/3, 0 < t < 3\pi$, on $3\pi = 9.42\dots$ és el màxim temps que es podria observar.

5. Determineu els valors adients per als paràmetres a i b . (1pt)

6. Diguen també quina de les següents opcions correspon a la variància de la variable aleatòria T i perquè *: (1pt)

a) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x^2 \cos x/3 dx - \mu_T^2$	b) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x \cos x/3 dx - \mu_T^2$	c) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x^2 \cos x^2/3 dx - \mu_T^2$
d) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x^2 \sin x/3 dx - \mu_T^2$	e) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x \sin x/3 dx - \mu_T^2$	f) $\frac{1}{6} \int_0^{3\pi} x^2 \sin x^2/3 dx - \mu_T^2$

* Recordatori: $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ i $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$

NOM: _____ COGNOMS: _____
(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Explíciteu i justifiqueu els càlculs)

Problema 3 (B3)

En les darreres setmanes, els servidors de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB) han sofert un ciberatac de tipus *ransomware*. En aquest problema oferim una sèrie de qüestions relacionades amb aquest fet que no es basen en dades reals.

1. Hi ha 8 servidors a la UAB que contenen dades personals dels diferents col·lectius que conformen la universitat. La probabilitat que els atacants accedeixen a les dades personals d'un servidor en un intent concret és 0.2.

A) Digues quin és el nombre esperat de servidors que seran accedits. **(1 punt)**

B) Quina és la probabilitat que els atacants accedeixin a més de 2 servidors? **(1 punt)**

C) Els atacants adopten una estratègia més agressiva: si fallen en un intent sobre un servidor, l'algoritme s'actualitza i es torna a provar en un nou intent. Assumint que la probabilitat d'accedir al servidor és manté constant en qualsevol intent, i que l'èxit per als ciberatacants és independent en cada intent, quina és la probabilitat que aconseguen les dades dels 8 servidors en exactament 20 intents? **(1 punt)**

2. Una de les accions més emprades pels hackers és enviar correus *spam* a les víctimes potencials amb un enllaç maliciós. Aquesta acció la realitzen durant una hora. Durant aquest temps, 400 correus són enviats a professors, i 1600 a alumnes. La probabilitat que un professor cliqui en un d'aquests links és 0.005, mentre que la probabilitat que cliqui un alumne és 0.01.

A) Quina és la probabilitat que exactament 2 professors cliquin en un enllaç maliciós? **(1.5 punts)**

B) Quin és el nombre màxim de persones (professors o alumnes) que clicaran en un enllaç maliciós amb una probabilitat com a mínim de 0.90? **(1 punt)**

C) Un professor despistat acaba de clicar en un enllaç maliciós. Quin és el temps esperat fins que un altre professor cometi el mateix error? **(1 punt)**

3. A banda dels 8 servidors amb dades personals mencionats prèviament, hi ha un total de 200 servidors repartits pels diferents departaments de la UAB amb informació de docència i recerca que es fa a la universitat. S'estima que després de l'atac la informació perduda en cadascun d'aquests servidors es distribueix segons una distribució que té com a valor esperat 1 GB i desviació estàndard 2 GB. *Nota: podeu pensar que es tracta d'una distribució amb una llarga cua per la dreta.* **(1 punt)**

A) Quina distribució segueix la quantitat d'informació total perduda (en GB) en aquests 200 servidors? **(1 punt)**

B) Quina és la probabilitat que la informació perduda sigui superior a 220 GB? **(1 punt)**

C) Es vol afitar inferiorment la quantitat d'informació total perduda, amb un marge d'error del 1% (és a dir: amb probabilitat 99%, la informació perduda és superior a ... GB). Troba el valor d'aquesta fita. **(1.5 punts)**