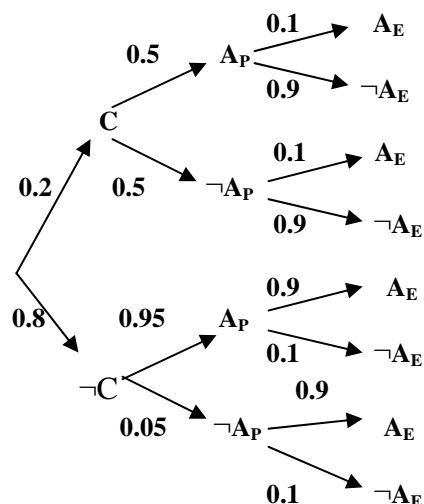


**Problema 1.** Un alumne cursa una assignatura on fa exercicis cada setmana. Un en concret requereix un càlcul que ha estat programat per un altre alumne amb un codi (C). Un 20% d'estudiants opten per dedicar 5' i fer aquest exercici amb el codi mentre que la resta li dediquen 60' i ho fan sense el codi ( $\neg C$ ). Si ho fan amb el codi tenen una probabilitat d'aprovar (si no els descobreixen) aquest problema ( $A_P$ ) de 0.5 i l'examen ( $A_E$ ) de 0.1. Però si treballen l'exercici 60' aquestes probabilitats són 0.95 i 0.9.

Utilitzi C,  $\neg C$ ,  $A_P$ ,  $\neg A_P$ ,  $A_E$  i  $\neg A_E$ .



Escriu formalment totes les probabilitats que ha de calcular

1) Calculi les probabilitats dels 8 esdeveniments que resulten de interseccar els 3 esdeveniments C,  $A_P$  i  $A_E$

2) Probabilitat d'aprovar el problema si no usen el codi?

3) Probabilitat de usar el codi i aprovar el problema i aprovar l'examen?

**4) Probabilitat d'aprovar el problema i l'examen si usen el codi?**

**5) Probabilitat d'aprovar l'examen.**

**6) Probabilitat d'aprovar el problema.**

**7) Probabilitat d'aprovar el problema i l'examen?**

**8) Aprovar el problema i l'examen són independents?**

**9) Un alumne que aprova l'examen, amb quina probabilitat ha usat el codi?**

**10) Hem calculat que si el codi s'expandeix com un virus i l'utilitzen el 90%, la probabilitat d'aprovar l'examen baixa fins a un 0.18. Amb aquesta informació i els resultats anteriors, quins consells pel alumnat i professorat et semblen raonables?**

**Problema 2.** *A tots els apartats, justifiqueu les respostes, explicant quines distribucions de probabilitat heu utilitzat.*

Tenim una nova xarxa social anomenada “facelrook” que permet als seus usuaris penjar textos i fotos a un lloc que es diu “el mur”, enviar comentaris als amics i coses de l’estil. Un usuari que estudia a la FIB ha determinat que rep comentaris dels seus col·legues d’acord amb una distribució de Poisson i mitjana 0.5 al dia. Els dies que rep més d’un comentari (i només aquests dies), per celebrar-ho ell penja una foto.

(a) Quina és la probabilitat que un cert dia triat a l’atzar aquest usuari rebi més d’un comentari? **(1.5 pt)**

(b) Hem vist que el cap de setmana (dos dies, és clar) ha penjat una foto. Tenint en compte aquest fet, digueu la probabilitat que durant aquest temps hagi rebut exactament tres comentaris (raonant la resposta). **(2 pt)**

(c) Al llarg de  $n$  dies, quina és la distribució del nombre de fotos que va penjant? Digueu el nom del model emprat, i els paràmetres amb el seu valor si el coneixeu. Representeu gràficament, encara que de forma aproximada, les seves funcions de probabilitat i de distribució per a una setmana. **(2 pt)**

(d) En mitjana: quants comentaris rep en un mes (de 31 dies)? I quantes fotos es penjaran? **(1 pt)**

(e) facelrook t'informa de la mitjana de missatges que cada usuari envia des del seu compte. El nostre fiber no ho necessita perquè: a) el 40% dels dies no envia *cap* missatge, i b) de la resta dels valors possibles coneix aquesta propietat:

$$\text{Prob}(k \text{ missatges}) = \frac{a}{k}, \quad k = 1, 2, 3, 4$$

- Quin és el valor de la constant  $a$ ? **(0.75 pt)**

- Quin és el nombre esperat de missatges enviats en un dia per aquest usuari? **(0.75 pt)**

- Comproveu que la desviació tipus del nombre de missatges enviats en un dia és aproximadament 1.25. Per a un cap de setmana, suposant que el que fa un dia és independent de l'altre, què valdria la desviació tipus del nombre de missatges enviats? **(1 pt)**

- Ara imagineu que  $S$  són els missatges enviats el dissabte i  $D$  els enviats el diumenge del mateix cap de setmana, i que  $S$  i  $D$  tenen correlació  $+0.5$ . Trobeu el nombre mitjà de missatges enviats en un cap de setmana, i la seva variància. **(1 pt)**

1. La Corporació BOMBIS ha instal·lat un nou procediment de fabricació de bombetes de llum i han detectat que no els hi acaba de funcionar molt be ja que han pres un lot de 20 bombetes i 3 de cada 10 no funcionen.
  - a. Quina distribució de probabilitat segueix la variable aleatòria número de bombetes foses?
  - b. Quant val la seva esperança? I la seva variància?
  - c. Calculeu la probabilitat de que un lot d'aquests hagin 8 bombetes que no funcionin
  - d. I que hi hagin més de 8?
  
2. El tècnic de control de qualitat d'aquesta empresa aconsella que és millor comprovar la duració en dies d'aquestes bombetes. S'ha observat que una bombeta dura 150 dies amb desviació estàndard de 50 dies. Assumint que la vida de les bombetes segueix una distribució normal:
  - a. Quina és la probabilitat de que una bombeta duri més de 200 dies,
  - b. Calculeu els valors a i b tal que si X és la variable aleatòria duració en dies de les bombetes,  $p(a < X < b) = 0.95$ .
  - c. Representeu gràficament la variable aleatòria X e indiqueu damunt de la gràfica els valors dels punts a i b.
  - d. Es prenen 100 bombetes idèntiques i es vol conèixer quina és la duració mitjana (en dies) d'aquestes bombetes així com la seva variabilitat. Quina distribució de probabilitat segueix la duració mitjana d'aquestes bombetes?
  
3. A continuació, es verifica que les bombetes de baix consum fabricades per aquesta empresa tenen una duració exponencial amb paràmetre  $\lambda = 8$  mesos. Si Y és la variable aleatòria de la duració de les bombetes en mesos:
  - a. Quant val  $E(Y)$  i la  $Var(Y)$ ?
  - b. Doneu les expressions de la funció de densitat i de distribució de la variable aleatòria Y.
  - c. Quina és la probabilitat que una bombeta duri entre 3 i 12 mesos? Representeu-la gràficament.
  - d. Quants mesos han de passar fins que s'hagin fos el 90% d'aquestes bombetes?