Càlcul de probabilitats

Probabilitat (axiomes)	$0 \le P(A)$ $P(\Omega) = 1$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si A i B disjunts
Propietats	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $P(\phi) = 0$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilitat condicionada i d'una intersecció	$P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ si $P(B) > 0$ $P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = P(A \mid B) \cdot P(B)$
Fórmula de Bayes	$P(A \mid B) = \dfrac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B)}$
Fórmula probabilitats totals ($A_1, A_2, \ldots, A_i \ldots, A_J$ és una partició del conjunt de resultats)	$P(B) = \sum_{j=1}^{J} P(B \mid A_j) \cdot P(A_j)$ $P(A_i \mid B) = \dfrac{P(B \mid A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^{J} P(B \mid A_j) \cdot P(A_j)}$
Independència	$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ $P(B \mid A) = P(B)$ $P(A \mid B) = P(A)$

Indicadors numèrics de variables aleatòries

	Definicions	Propietats
Esperança	$E(X) = \mu_X = \sum_{\forall k} k p_X(k)$ (V.A.D.) $E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx$ (V.A.C.)	• E(X+Y) = E(X)+E(Y) • E(a+b·X) = a+b·E(X)
Variància	$V(X) = \sigma_X^2 = \sum_{\forall k} (k - E(X))^2 p_X(k)$ (V.A.D.) $V(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - E(X)\right)^2 f_X(x) dx$ (V.A.C.)	• V(X) = E [X – E(X)] ^{2} = E(X^2) – (E(X))^2 • V(a+b·X) = b^2·V(X)
Covariància i correlació	$Cov(X,Y) = \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} (x - E(X))(y - E(Y)) p_{XY}(x,y)$ (V.A.D.) $Cov(X,Y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X)(y - E(Y) f_{X,Y}(x,y) dxdy$ (V.A.C.) $\rho_{X,Y} = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$	• Cov (X,Y) = E (X-E(X)) (Y-E(Y)) = E(XY) - E(X)E(Y) • Cov(a·X,b·Y) = a·b·Cov(X,Y) • Cov(X,X) = V(X) • E(X·Y) = E(X)·E(Y) + Cov(X,Y) • E(X·Y) = E(X)·E(Y) (si X i Y són independents) • V(X+Y) = V(X) + V(Y) + 2·Cov(X,Y) • V(X–Y) = V(X) + V(Y) – 2·Cov(X,Y) • V(X±Y) = V(X) + V(Y) (si X i Y són independents)

Distribucions de variables discretes i contínues

Distribució	Declaració	Funció de probabilitat o de densitat	Funció distribució $F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ o $\int_{-\infty}^{k} f_X(x)dx$	Esperança E(X)	Variància V(X)
Bernoulli	X~Bern(p)	$P_X(k)=\begin{cases} q & k=0 \\ p & k=1 \end{cases}$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$	p	$p\cdot q$
Binomial **`R:*binom(k,n,p)`**	X~B(n,p)	$P_X(k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot q^{n-k} \quad k=0,1,\dots,n$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ (taules)	$p\cdot n$	$p\cdot q\cdot n$
Poisson **`R:*pois(k,λ)`**	X~P(λ)	$P_X(k)=\frac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!} \quad k=0,1,2,\dots$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$ (taules)	λ	λ
Geomètrica **`R: *geom(k,p)`**	X~Geom(p)	$P_X(k)=p\cdot q^{k-1}, k=1,2,\dots$ $P_{X2}(k)=p\cdot q^k, k=0,1,2,\dots$ **(R)**	$F_X(k)=1-q^k$ $F_{X2}(k)=1-q^{k+1}$ **(R)**	$1/p$ E(X2)=q/p	q/p^2
Binomial Negativa §	X~BN(r, p)	$P_X(k)=\binom{k-1}{r-1}\cdot p^r\cdot q^{k-r}$, $k\geq r$	$F_X(k)=\sum_{i<=k} P_X(i)$	r/p	$q\, r/p^2$
Exponencial **`R:*exp(x,λ)`**	X~Exp(λ)	$f_X(x)=\lambda\cdot e^{-\lambda\cdot x} \quad x>0$	$F_X(x)=1-e^{-\lambda\cdot x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Uniforme **`R:*unif(k,a,b)`**	X~U(a,b)	$f_X(x)=\frac{1}{b-a} \quad a<x<b$	$F_X(x)=\frac{x-a}{b-a}$	$\frac{(a+b)}{2}$	$(b-a)^2/12$
Normal **`R:*norm(k,μ,σ)`**	X~N(μ,σ)	$f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$F_X(x)=?$ (taules N(0,1))	μ	σ^2

`* = d, p, q, r`; $0<p<1$; $q=1-p$; n, r enter > 0; a, b, μ real; λ, σ real > 0; "~" segueix exactament; "≈" aproxima

X1 ~ N(μ_1, σ^2_1) X2 ~ N(μ_2, σ^2_2) X1,X2 independents a, b escalars X=aX1 + bX2 ~ N ($\mu_X = a\mu_1+b\mu_2$, $\sigma^2_X = a^2\sigma^2_1+b^2\sigma^2_2+2ab\,\rho_{XY}\sigma_1\sigma_2$)

TCL: $X_1,\dots,X_n$ i.i.d. (n→∞), amb E(X_i)=μ i V(X_i)=σ^2 , llavors $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}=\overline{X}_n \approx N(\mu,\sigma^2/n)$ (i també $\sum_{i=1}^n X_i \approx N(n\mu,\sigma^2 n)$)

§ Igual que per el model Geomètric, R implementa la Binomial Negativa com a "nombre de fracassos fins al r-èssim èxit", enlloc del nombre d'intents: és a dir, *X2 = X−r*.